

Structures à une seule dimension

Résumé

Il arrive souvent qu'une analyse multivariée conduise à l'interprétation d'un seul facteur. La fiche regroupe la description des outils graphiques qui sont utiles dans cette circonstance.

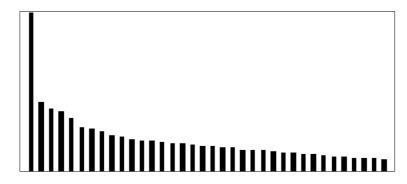
Plan

1 — Introduction	2
2 — Le cas de l'ACP normée	2
3 — Le cas de l'AFC	6
4 — Le cas de l'ACM	14
5 — Ordination réciproque sur un gradient	19
Références	29

D. Chessel & J. Thioulouse

1 — Introduction

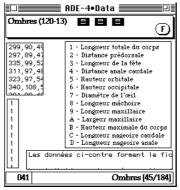
On aborde ici une situation qui n'est pas rare et qu'on peut résumer simplement par l'apparition d'un graphe des valeurs propres du type :



La plupart des outils graphiques utilisés en analyse des données sont conçus pour étudier des plans factoriels. On est alors obligé de conserver un second facteur qu'on sait être d'intérêt nul uniquement pour représenter à deux dimensions une structure qui n'en n'a qu'une. Dans ADE-4, un effort a été fait pour posséder les outils graphiques associés. Ces outils renvoient aux théorèmes fondamentaux associés aux différents types d'analyse.

2 — Le cas de l'ACP normée

La question intervient souvent en cas d'effet taille (Cf. 1 p. 56). Toutes les variables sont corrélées positivement entre elles. Utiliser le dossier de travail créé par la carte Ombres de la pile ADE-4•data :



Exécuter l'ACP normée du fichier Omb (PCA: Correlation matrix PCA):

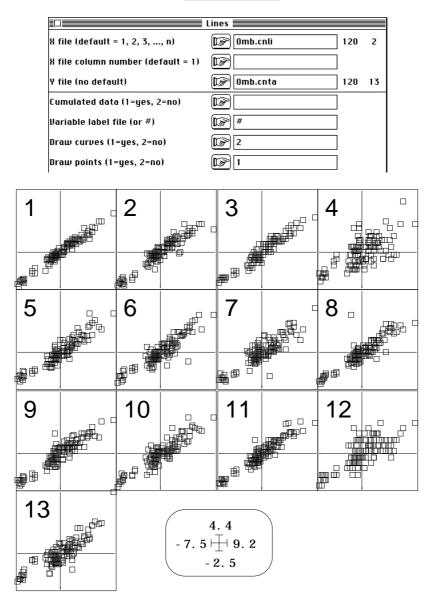


Tracer les valeurs propres (<u>Curves : Eigenvalues</u>) :

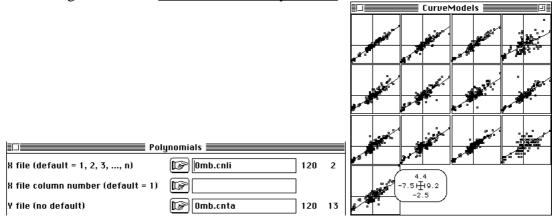


Le premier facteur suppose un traitement particulier. Utiliser le fait que la première coordonnée des lignes est une variable artificielle qui maximise ² la somme de ses

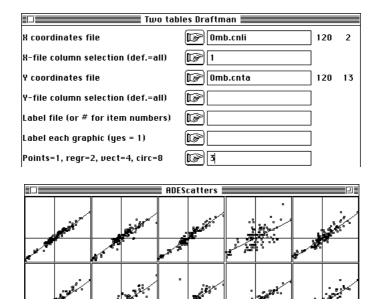
carrés de corrélation avec les variables observées. Tracer donc les nuages coordonnée de rang 1 versus chacune des variables (<u>Curves : Lines</u>) :



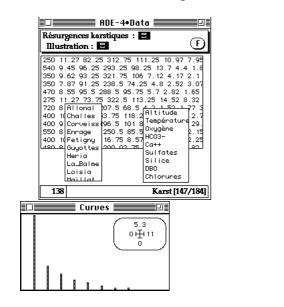
La longueur totale du corps (variable 1) est la meilleure indication de l'effet taille. Les corrélations entre coordonnée des lignes de rang 1 et variables sont exactement les coordonnées des colonnes de rang 1 (fichier Omb.cnco). On peut encore tracer les droites de régression avec <u>CurveModels</u>: <u>Polynomials</u>:



Cette option est encore disponible dans <u>ADEScatters</u>: Two tables <u>Draftman</u>:

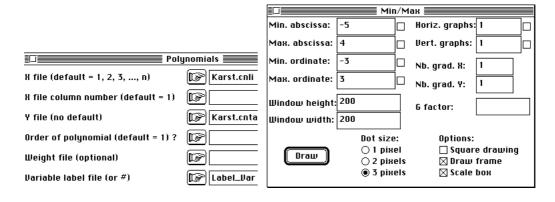


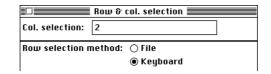
Utiliser la carte Karst pour observer un autre exemple :



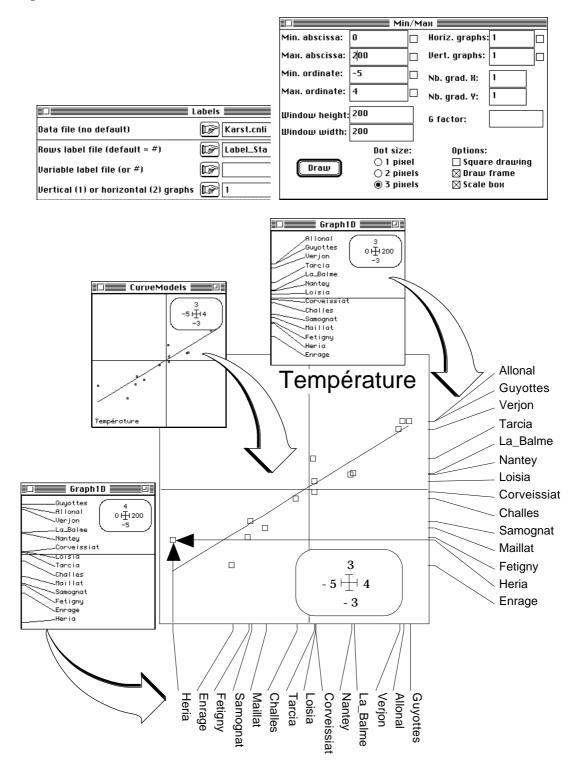


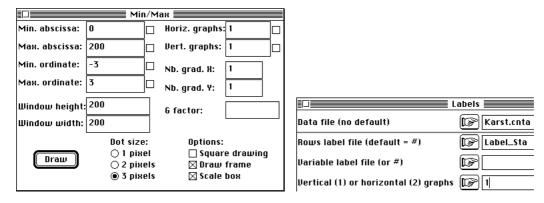
On peut labelliser une des fenêtres du graphe coordonnée-variables (dit graphe canonique de l'ACP normée). Tracer la fenêtre (<u>CurveModels : Polynomials</u>) :





Conserver les paramètres de fenêtrage pour obtenir des séries d'étiquettes (Graph1D : Labels) :

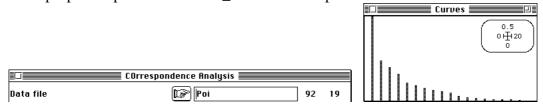




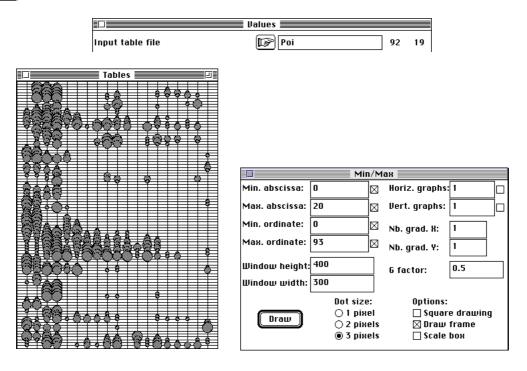
Ouvrir un fichier du logiciel de dessin vectorisé et travailler directement des fenêtres des modules d'ADE-4 (Copier) dans la fenêtre de dessin (Coller). En cas d'ACP à un seul facteur de signification sure, on évitera donc les cartes factorielles abusives : le graphe canonique est parfaitement explicite. Il contient toute l'information traitée et son interprétation ³.

3 — Le cas de l'AFC

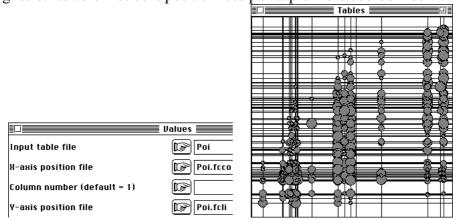
Le graphe canonique de l'AFC est tout aussi explicite. Prenons comme exemple les données⁴ proposées par la carte JV73_Poissons de la pile ADE-4•Data :



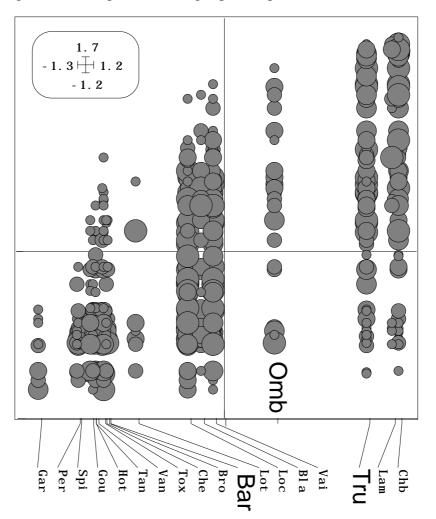
Un facteur contient l'essentiel de la structure. Représenter les données (<u>Tables</u> : Values) :



L'analyse donne un score des lignes et un score des colonnes qui maximise la corrélation mesurée à travers le tableau ⁵. Cette propriété est exprimée par le tableau dont les lignes et les colonnes sont positionnées par la première coordonnée ⁶:



Enlever la grille mais étiqueter les marges par Graph1D : Labels :



La deuxième dimension graphique est utilisée pour les données et l'explicitation de la structure (zone à Truite et zone à Barbeau, position centrale d'un groupe de 4 espèces). Il n'y a pas d'effet Guttman parce qu'il n'y a pas de taxon caractéristique du milieu du gradient.

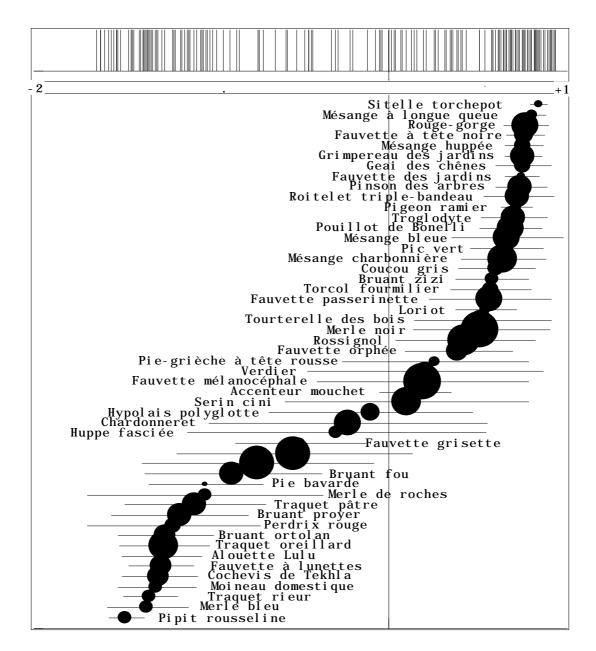


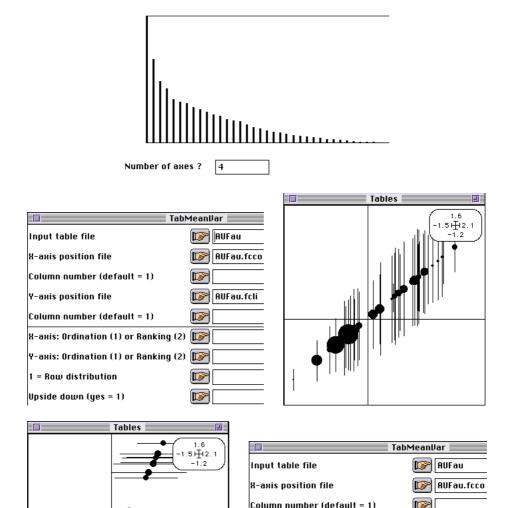
Figure 1 : Analyse des correspondances et graphe canonique du modèle de discrimination. Position de 182 relevés par la première coordonnée. Position des espèces par averaging (la taille du cercle est proportionnelle au poids de l'espèce). Optimisation de la variance entre les positions moyennes. Voir ¹⁰ pour une vision globale du rôle de l'AFC en ornithologie.

L'option <u>Tables : TabMeanVar</u> permet de simplifier la représentation d'une ligne ou d'une colonne par la seule expression de la position moyenne et de l'écart-type, représentation introduite en ⁷.

Utiliser pour retrouver le graphe dessiné pour la première fois par R. Prodon la carte.



Le premier facteur est examiné de manière particulière mais n'est pas, ici, le seul interprétable.



On voit le résultat du célèbre théorème d'Hirschfeld ⁸ qui dit que pour obtenir une double régression linéaire à travers une table de contingence il faut et il suffit de prendre un couple de coordonnées de l'analyse des correspondances. La procédure ne porte évidemment pas ce nom mais nul ne peut contester qu'elle est décrite dans cet article sans aucune trace d'ambiguïté.

Y-axis position file

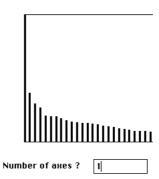
1 = Row distribution Upside down (yes = 1)

Column number (default = 1)

X-ахіs: Ordination (1) or Ranking (2) [[] Y-ахіs: Ordination (1) or Ranking (2) [[]]

AVFau.fcli

L'option permet une approche graphique variée des théorèmes fondamentaux de l'AFC. On peut positionner les relevés par un code numérique et les espèces à la moyenne de leur distribution pour optimiser la description de la séparation des niches ⁹. Utiliser la carte Avi-Veg¹⁰ de la pile ADE-4•Data. Faire l'AFC du fichier AVFau (COA: COrrespondence Analysis). On obtient un facteur dominant (et un effet Guttman, dont on peut discuter par ailleurs):

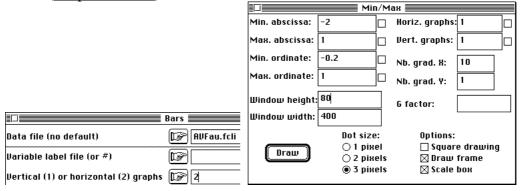




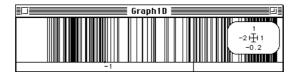
Transposer le tableau (FilesUtil: Transpose):

	Transpose		
Input file	∏ AVFau	182	51
Output file	RVFauTR		

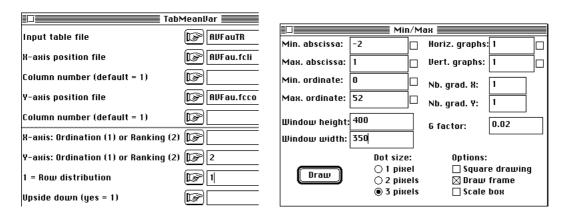
Positionner sur une fenêtre de 400 pixels les relevés à l'aide de la première coordonnée (Graph1D : Bars) :



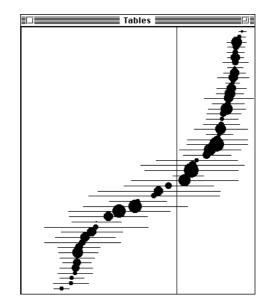
Conserver le résultat dans un fichier du logiciel de dessin :



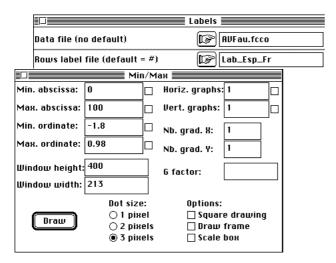
Positionner les espèces à leur moyennes sur ce code (<u>Tables : TabMeanVar</u>) :



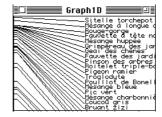
Conserver le résultat dans le fichier du logiciel de dessin :



Ordonner enfin les étiquettes des espèces (Graph1D : Labels) :

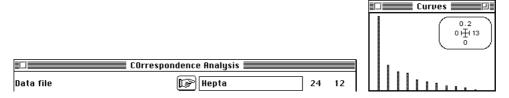


Conserver le résultat dans le fichier du logiciel de dessin :

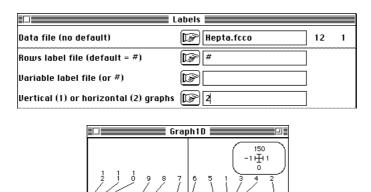


Déplacer simplement les étiquettes pour obtenir la figure 1. Le rangement ou l'ordination sur les lignes et/ou les colonnes, l'étiquetage et/ou le simple positionnement permettent de construire des figures adaptées au matériel et à l'intention de l'auteur. On a ici un langage d'expression plutôt qu'un outil technique fermé.

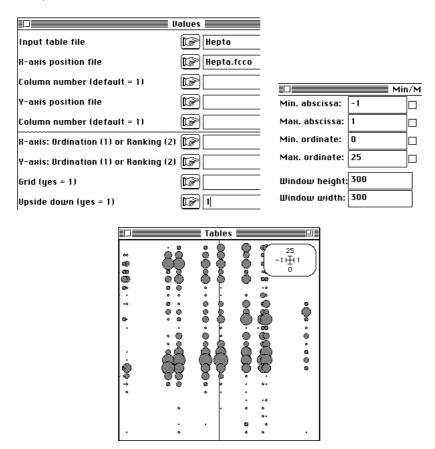
Utiliser le dossier de travail créé par la carte Heptagenia ¹¹ de la pile ADE-4•Data. Exécuter l'AFC :



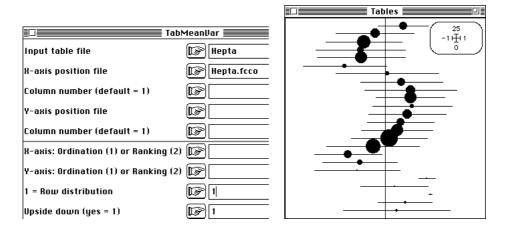
Préparer l'étiquetage des colonnes sur la facteur 1 (Graph1D : Labels) :



Représenter le tableau avec l'ordre naturel des lignes et l'ordre factoriel des colonnes (Tables : Values) :



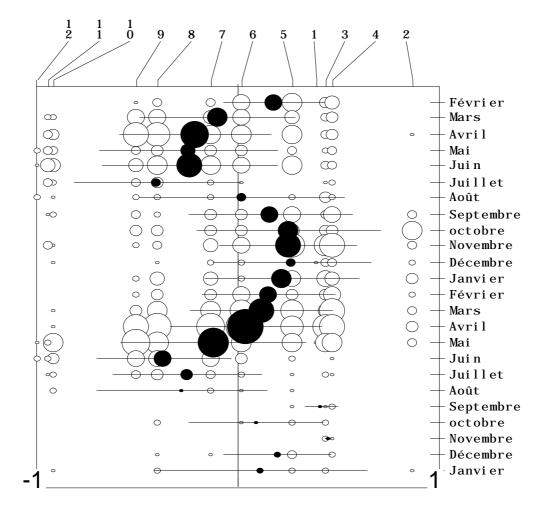
Représenter les moyennes et les variances par lignes sur le code factoriel des colonnes (<u>Tables : TabMeanVar</u>) :



Préparer l'étiquetage des lignes dans l'ordre naturel (Graph1D : Labels) :



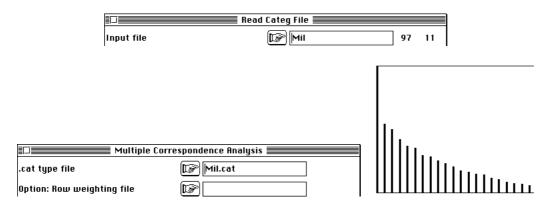
Assembler (Voir une autre approche par reconstitution des données dans ¹²) :



Rappelons enfin que les lignes, les colonnes et les cases d'un tableau relevant de l'AFC sont justiciables d'une représentation cohérente sur une seule échelle ¹³. C'est un cas particulier de l'analyse des correspondances multiples, dont nous discutons maintenant.

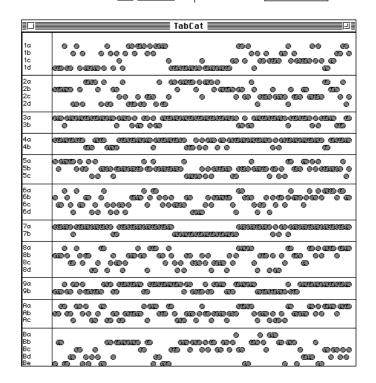
4 — Le cas de l'ACM

Utiliser la carte Mafragh+2 de la pile ADE-4•Data. Exécuter l'ACM du fichier Mil (CategVar : Read Categ File et MCA : Multiple Correspondence Analysis) :

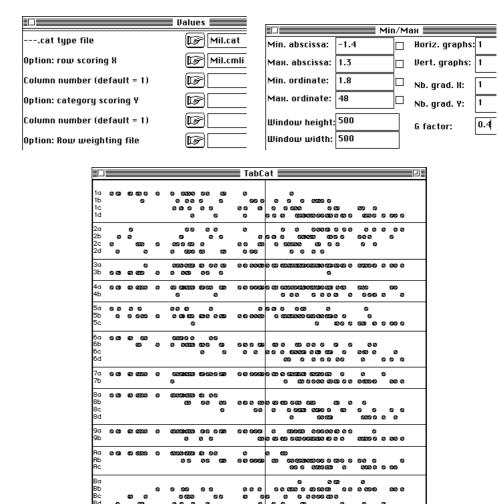


L'interprétation indépendante du facteur 1 s'impose. Représenter les données (TabCat : Values) :

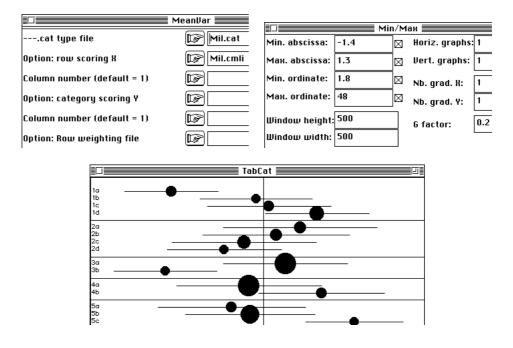




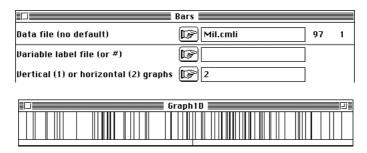
On reconnaît la structure du tableau disjonctif complet ici représentée. Ordonner les lignes du tableau, ici représentée en abscisse par leur coordonnées sur le facteur 1 :



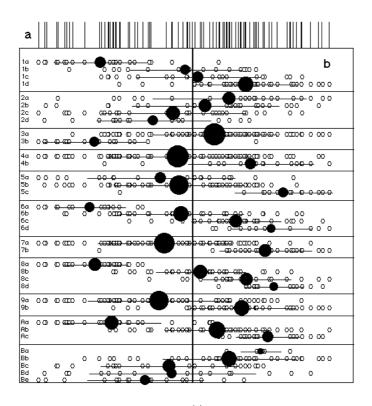
Conserver dans un fichier de dessin et passer les cercles en blanc. Simplifier alors en représentant les moyennes-variances (<u>TabCat</u>: <u>MeanVar</u>) par modalité :



Coller dans le logiciel de dessin. Représenter l'ordination des lignes utilisées (Graph1D : Bars) :



Conserver et assembler :

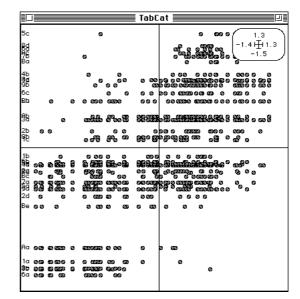


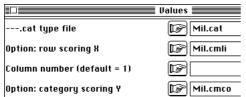
On a l'illustration graphique du théorème ¹⁴ : l'ACM définit un code des lignes (a) qui maximise la moyenne des rapports de corrélation pour chaque variable (b). C'est l'expression des résultats numériques contenus dans le listing :

```
CorRatioMCA: Correlation ratios after a MCA
Title of the analysis: Mil.cm
Number of rows: 97, columns: 11
Variable: 1
> Categ=
           1 Weight=
                      0.216
                             - 1. 202
> Categ=
           2 Weight=
                      0.186
                             - 0. 095
> Categ=
           3 Weight=
                      0.227
                              0.075
> Categ=
           4 Weight = 0.371
                              0.703
                              0.500
Variable: 2
> Categ=
           1 Weight=
                      0.237
                              0.484
           2 Weight=
                      0.289
                              0.172
> Categ=
           3 Weight=
                      0.299
                             -0.249
> Categ=
           4 Weight=
                      0.175
                             - 0. 513
> Categ=
           -----> r=
                              0.129
```

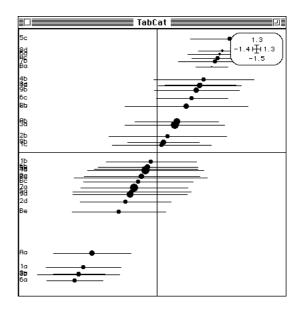
La cohérence est totale si on utilise la coordonnée de variance 1 après <u>DDUtil : Add normed scores</u>, ce qui du point de vue graphique n'est pas indispensable. Dans ¹⁵, on utilise des courbes de Gauss pour décrire les variances. Ici, on se contente de la position moyenne représentée avec le poids de la modalité (cercle noir) et d'un trait représentant l'amplitude entre la moyenne moins un écart-type et la moyenne + un écart-type. La représentation de la totalité des points garantit qu'on ne fera pas un usage abusif du modèle très simplifié.

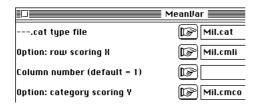
On peut encore mélanger toutes les modalités par (<u>TabCat : Values</u>) :





ou encore (TabCat : MeanVar) :

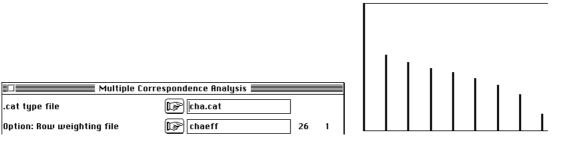




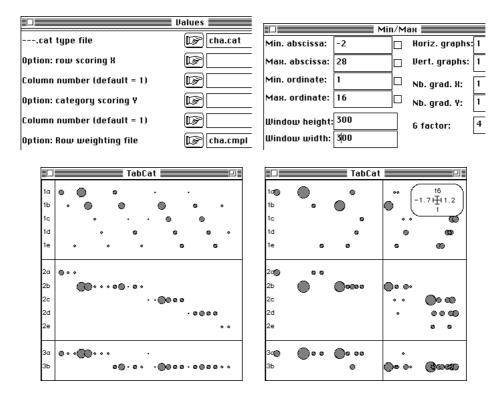
Une certaine liberté d'expression est ainsi ménagée.

Utiliser un autre exemple avec la carte ChatBis¹⁶.

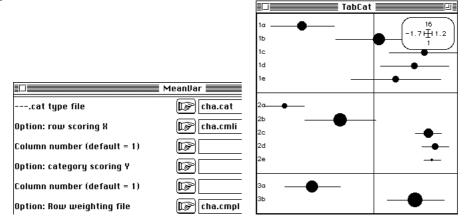




Représenter le données et la structure (<u>TabCat : Values</u>) :



Simplifier la lecture (TabCat : MeanVar) :

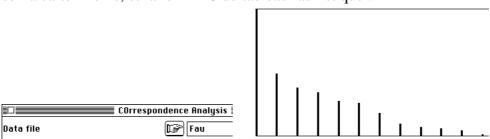


Remarquer comment les données saisies par classe de fécondité sont repositionnées par classe du nombre de portées qui est le paramètre de référence dans la relation àge-fécondité. La facilité de lecture de ces graphiques (code des lignes maximisant la séparation des moyennes par classe-modalité) invite à ne plus faire l'impasse sur une structure mutivariée clairement unidimensionnelle. Le plus étonnant, c'est que le detrending¹⁷, défendu par les uns¹⁸ et rejeté par d'autres¹⁹, discuté en tout cas²⁰, qui vise à l'élimination de l'effet Guttman, s'il existe, rend non interprétable le facteur 2 et

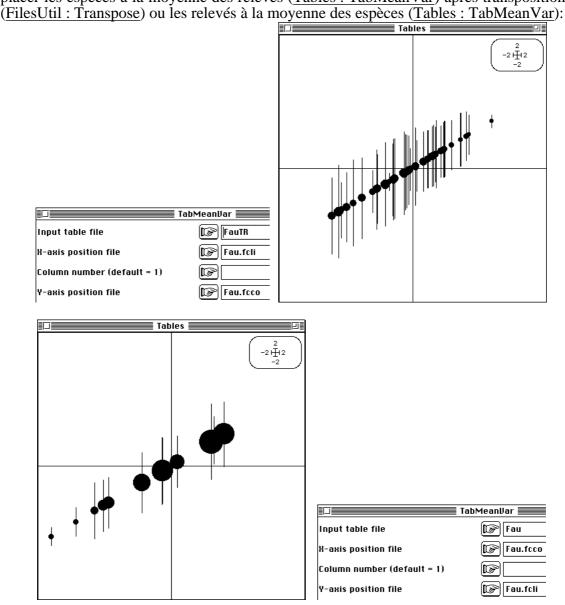
donc impose une lecture unidimensionnelle des résultats. Pourtant les cartes factorielles en AFC détendancée sont fréquentes. L'application des résultat de l'analyse des correspondances multiples à l'analyse des correspondances simples la permet de s'affranchir de cette difficulté.

5 — Ordination réciproque sur un gradient

Utiliser la carte Drôme, et faire l'AFC du tableau faunistique :



Le gradient amont-aval impose une structure faunistique unidimensionnelle. On peut placer les espèces à la moyenne des relevés (<u>Tables : TabMeanVar</u>) après transposition (FilesUtil : Transpose) ou les relevés à la moyenne des espèces (<u>Tables : TabMeanVar</u>):



On peut prendre comme référence commune la position des correspondances (rencontre d'une espèce dans un relevé ou encore cellule non nulle du tableau) et positionner espèces et relevés à la moyenne des correspondances qui les concerne (COA: Reciprocal scaling):

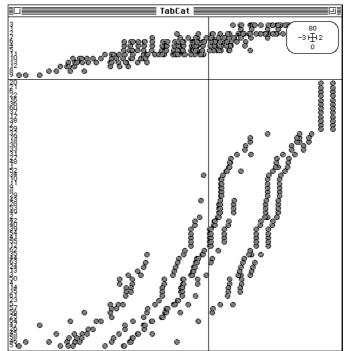
Reciprocal scaling

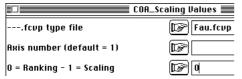
Select an input file

Fau.fcvp

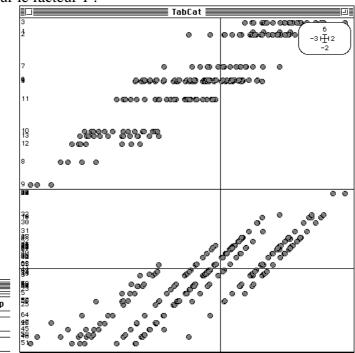
13 2

Les résultats numériques, pour une dimension sont utilisés dans <u>TabCat</u>: <u>COA_Scaling Values</u> et <u>TabCat</u>: <u>COA_Scaling Values</u>. Dans le premier on représente les données :





En abscisse on trouve les 343 présences du tableau, triés soit par colonne (en haut, les espèces) soit par ligne (en bas, les relevés). Les objets sont ordonnés par l'analyse. On peut positionner ces objets sur le facteur 1 :



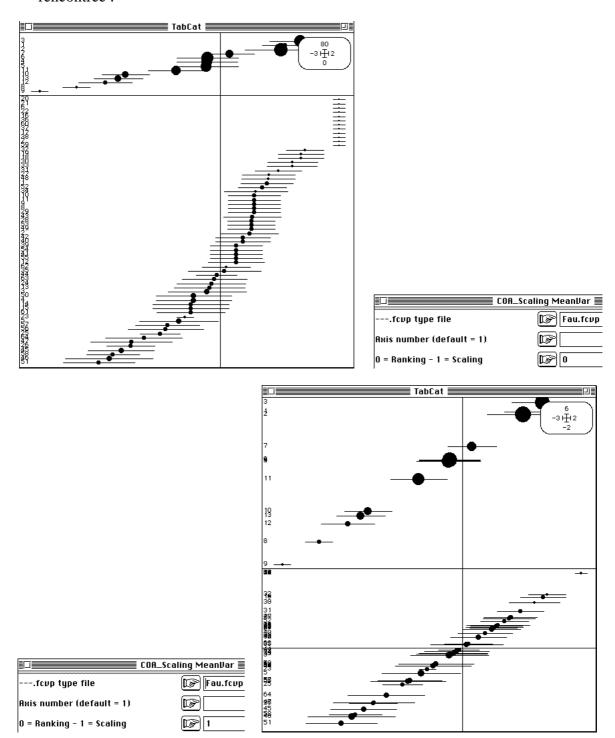
COA_Scaling Values

---.fcvp type file

Axis number (default = 1)

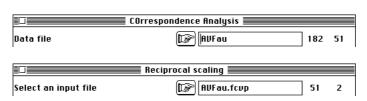
0 = Ranking - 1 = Scaling

Dans le second, on représente les moyennes et variances dans la logique déjà rencontrée :

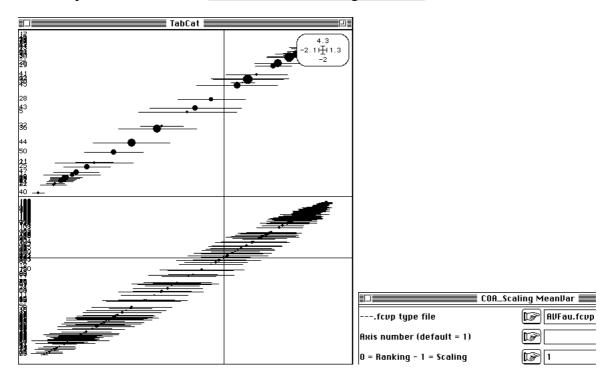


La régularité du gradient observé est-elle une conséquence de la méthode ou une qualité de la structure observée ?

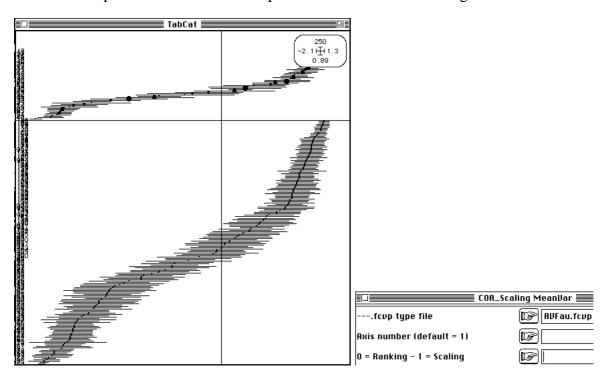
Utiliser la carte Avi_Veg et faire l'AFC du tableau faunistique :



Représenter le résultat (<u>TabCat : COA_Scaling MeanVar</u>) :



Cette représentation renforce l'expression de continuité et de régularité.



Cette représentation laisse présente la possibilité que les deux extrémités du gradient sont compressées. C'est l'un des principales défauts que Hill et Gauch 17 attribuent à l'AFC (Voir aussi ²¹ p. 151). Les deux exemples pourtant présentent une différence remarquable. Le premier ne fournit pas de second facteur signifiant, alors qu'ici on a un graphe de valeur propre sensiblement plus complexe (page 7, en bas). L'effet Guttman n'est donc pas systématique.

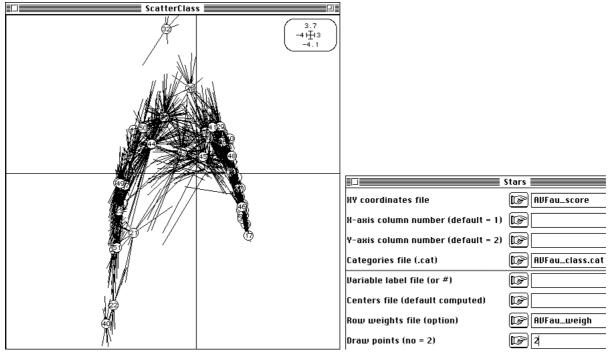
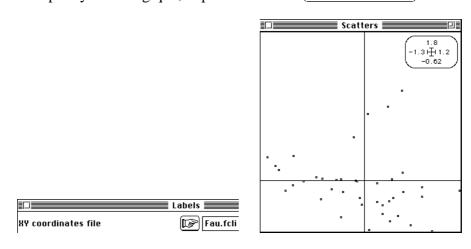
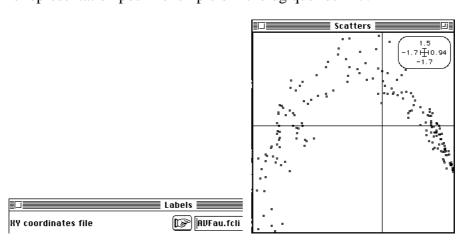


Figure 1

Dans l'exemple hydrobiologique, le plan 1-2 donne (<u>Scatters : Labels</u>) :

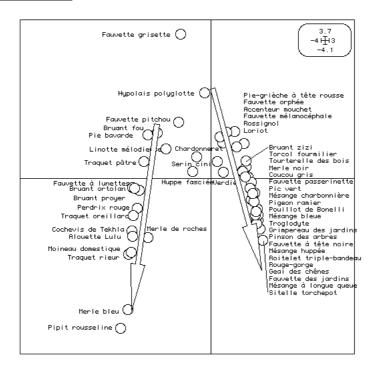


La même représentation pour l'exemple ornithologique fournit :



L'arch effect n'est donc pas une conséquence directe de la présence d'un gradient. Pour s'en convaincre, il suffit d'utiliser la propriété fondamentale de l'AFC **qui est une analyse canonique** ²². Utiliser <u>ScatterClass</u>: <u>Stars</u> pour positionner les 1639 correspondances avec des codes de variance unité et les 51 espèces à la moyenne des correspondances qui les concernent:

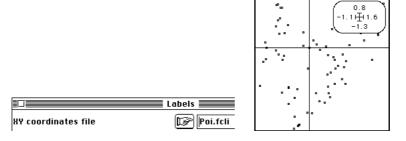
Il y a deux gradients et une articulation par les espèces à spectre large. Simplifier avec ScatterClass : Labels :



On remarquera que les options graphiques étiquettent toujours les graphes représentant des classes avec le fichier de nom générique ---.123, créé en général avec <u>CategVar : Read Categ File</u> et ici par <u>COA : Reciprocal scaling</u>. On peut toujours remplacer tout ou partie des étiquettes par des codes utilisateurs (ici le code espèce au lieu de la numérotation des 51 espèces présente après la numérotation des 182 relevés dans le fichier AVFau_class.123).

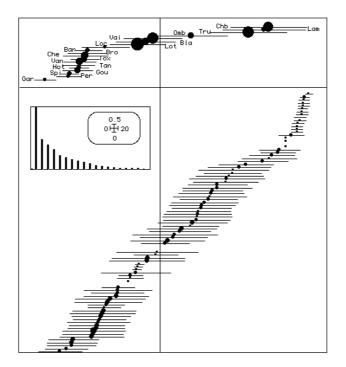
Cette interprétation ne contredit pas (bien au contraire) l'interprétation de deux processus de spéciation d'époque différente intervenus dans le manteau forestier d'une part et dans la végétation ouverte progressivement en place dans la dégradation de celui-ci d'autre part ²³.

On retiendra de ces exemples que le modèle canonique de l'AFC s'il est d'une efficacité certaine ne doit pas être employée sans discernement. Si on revient sur l'exemple de la carte JV73-Poissons (p. 6), la structure est unidimensionnelle et il n'y a pas d'effet Guttman :

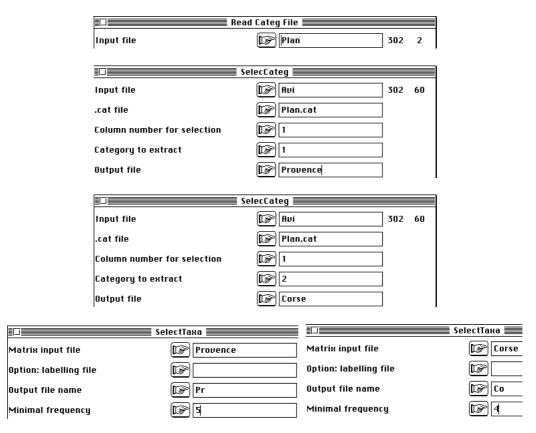


■ Scatters ■

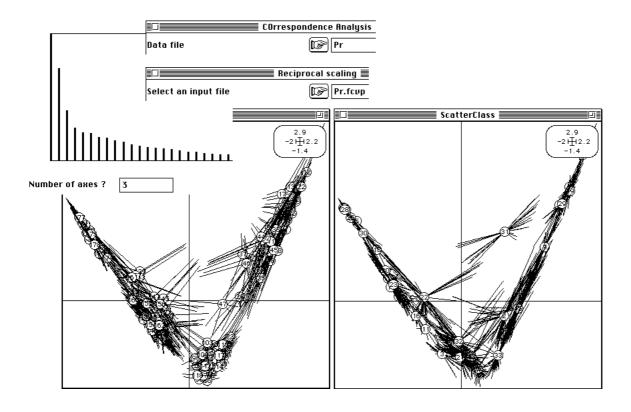
La représentation unidimensionnelle est valide :

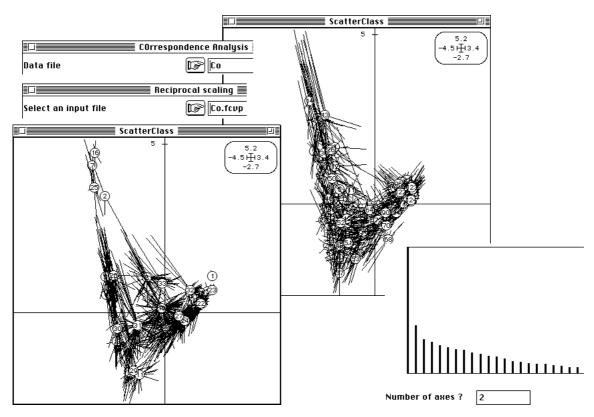


Dans l'exemple de la carte Provence_Corse ²⁴, séparer les deux ensembles de relevés (CategVar : Read Categ File, FilesUtil : SelecCateg, EcolTools : SelectTaxa) :

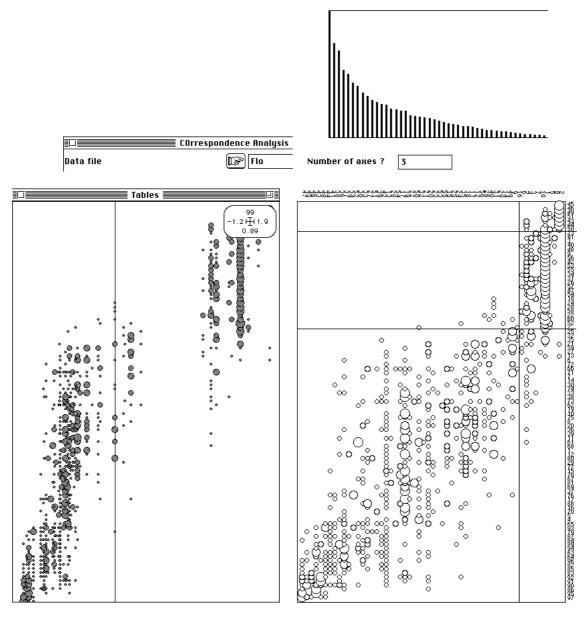


Faire les deux analyses des correspondances et comparer les structures internes, qui sont fort différentes (Cf. ²⁵ P. 144-149) :

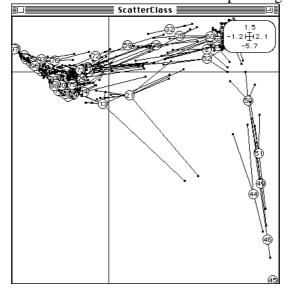


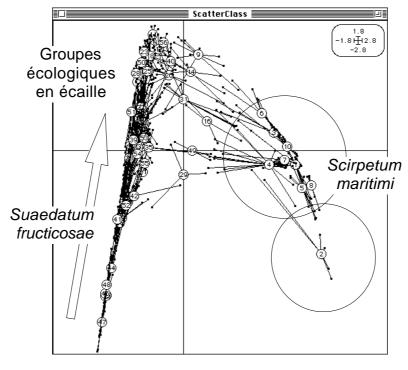


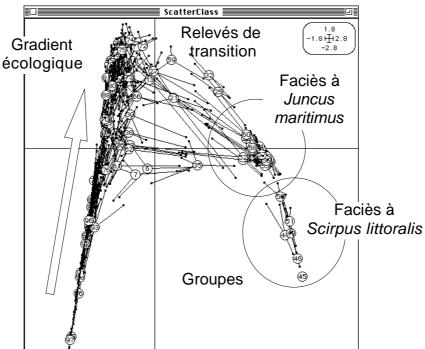
La perception d'un gradient simple sur la hauteur de la végétation est invalide et l'usage de plusieurs dimensions est incontournable. Un dernier exemple peut concerner une étude phyto-écologique. Utiliser la carte Mafragh ²⁶.



La structure est tri-dimensionelle (valeurs propres). L'axe 1 génère une partition qu'on peut reporter sur la réécriture du tableau. L'axe 3 sépare le groupe de gauche :







Le graphe canonique montre le mélange des types de structure (partition et ordination). On dispose d'outil facilitant la construction de modèles à partir des données ²⁷ dans des situations variées aussi bien unidimensionnelles que complexes. On peut dire qu'ils permettent de voir l'intérieur de l'organisation des objets étudiés.

Références

- ¹ Lebart, L., Morineau, A. & Piron, M. (1995) *Statistique exploratoire multidimensionnelle*. Dunod, Paris. 1-439.
- ² Hotelling, H. (1933) Analysis of a complex of statistical variables into principal components. *Journal of Educational Psychology*: 24, 417-441, 498-520.
- ³ Carrel, G., Barthelemy, D., Auda, Y. & Chessel, D. (1986) Approche graphique de l'analyse en composantes principales normée : utilisation en hydrobiologie. *Acta Œcologica, Œcologia Generalis*: 7, 2, 189-203.
- ⁴ Verneaux, J. (1973) Cours d'eau de Franche-Comté (Massif du Jura). Recherches écologiques sur le réseau hydrographique du Doubs. Essai de biotypologie. Thèse d'état, Besançon. 1-257.
- ⁵ Williams, E.J. (1952) Use of scores for the analysis of association in contingency tables. *Biometrika*: 39, 274-289.
- ⁶ Hill, M.O. (1974) Correspondence analysis: A neglected multivariate method. *Journal of the Royal Statistical Society*, C: 23, 340-354.
- ⁷ Chessel, D., Lebreton, J.D. & Prodon, R. (1982) Mesures symétriques d'amplitude d'habitat et de diversité intra-échantillon dans un tableau espèces-relevés: cas d'un gradient simple. *Compte rendu hebdomadaire des séances de l'Académie des sciences*. Paris, D: III, 295, 83-88.
- ⁸ Hirschfeld, H.O. (1935) A connection between correlation and contingency. *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, Mathematical and Physical Sciences*: 31, 520-524.
- ⁹ Hill, M.O. (1977) Use of simple discriminant functions to classify quantitative phytosociological data. In: *Proceedings of the First International Symposium on Data Analysis and Informatics*. Diday, E. (Ed.) INRIA Rocquencourt, France. 181-199.
- ¹⁰ Prodon, R. & Lebreton, J.D. (1981) Breeding avifauna of a Mediterranean succession : the holm oak and cork oak series in the eastern Pyrénées. 1 : Analysis and modelling of the structure gradient. *Oïkos* : 37, 21-38.
- ¹¹ El Kallab-Wakim, A. (1978) Etude du cycle biologique d'Heptagenia sulphurea (Müller, 1776) (Ephemeroptera : Hepatgeniidae) dans le Rhône à Lyon. Thèse 3ème Cycle, Université Lyon 1. 1-65.
- ¹² Persat, H. & Chessel, D. (1989) Typologie de distributions en classes de taille : intérêt dans l'étude des populations de poissons et d'invertébrés. *Acta Œcologica*, *Œcologia Generalis* : 10, 2, 175-195.
- ¹³ Thioulouse, J. & Chessel, D. (1992) A method for reciprocal scaling of species tolerance and sample diversity. *Ecology*: 73, 670-680.
- ¹⁴ Saporta, G. (1975) *Liaisons entre plusieurs ensembles de variables et codage de données qualitatives*. Thèse de 3° cycle, Université Pierre et Marie Curie, Paris VI. 1-102.

- ¹⁵ Pialot, D., Chessel, D. & Auda, Y. (1984) Description de milieu et analyse factorielle des correspondances multiples. <u>Compte rendu hebdomadaire des séances de l'Académie</u> des sciences. Paris, D: 298, Série III, 11, 309-314.
- ¹⁶ Pontier, D. (1984) *Contribution à la biologie et à la génétique des populations de chats domestiques (Felis catus)*. Thèse de 3° cycle. Université Lyon 1. 1-145.
- ¹⁷ Hill, M.O. & Gauch, H.G. (1980) Detrented correspondence analysis: an improved ordination technique. *Vegetatio*: 42, 47-58.
- ¹⁸ Peet, R.K., Knox, R.G., Case, J.S. & Allen, R.B. (1988) Putting things in order: the advantages of detrended correspondence analysis. *The American Naturalist*: 131:924-934.
- ¹⁹ Wartenberg, D., Ferson, S. & Ohlf, F.J. (1987) Putting things in order: a critique of detrended correspondence analysis. *The American Naturalist*: 129, 3, 434-448.
- ²⁰ Jackson, D.A. & Somers, K.M. (1991) Putting things in order: the ups and downs of detrended correspondence analysis. *The American Naturalist*: 137, 707-712.
- ²¹ Gauch, H.G. Jr. (1982) *Multivariate analysis in community ecology*. Cambridge University Press, Cambridge. 1-298.
- ²² Esteve, J. (1978) Les méthodes d'ordination : éléments pour une discussion. In : *Biométrie et Ecologie*. Legay, J.M. & Tomassone, R. (Eds.) Société Française de Biométrie, Paris. 223-250.
- ²³ Blondel, J. & Farre, H. (1988) The convergent trajectories of bird communities along ecological successions in european forests. *Œcologia (Berlin)*: 75, 83-93.
- ²⁴ Blondel, J., Chessel, D. & Frochot, B. (1988) Niche expansion and density compensation of island birds in mediterranean habitats. A case study from comparison of two ecological successions. *Ecology*: 69, 6, 1899-1917.
- ²⁵ Blondel, J. (1985) *Biogéographie évolutive*. Masson, Paris. 1-221.
- ²⁶ Belair, G. de & Bencheikh-Lehocine, M. (1987) Composition et déterminisme de la végétation d'une plaine côtière marécageuse : La Mafragh (Annaba, Algérie). *Bulletin d'Ecologie* : 18, 4, 393-407.
- 27 Benzecri, J.P. (1969) Statistical analysis as a tool to make patterns emerge from data. In: *Methodologies of pattern recognition*. Watanabe, S. (Ed.) Academic Press, New-York. 35-60.