


Exercices avec le logiciel 

Épreuve Biologie & Modélisation - Contrôle terminal - 28 mai 2008

S. Mousset & J.R. Lobry

Durée 1h30

Tous documents autorisés - échanges strictement interdits. Auto-castration chez les araignées.

1 Répondre directement sur la feuille

Nom : Prénom : Numéro carte étudiant :
--

2 Statistiques : auto-castration chez les araignées

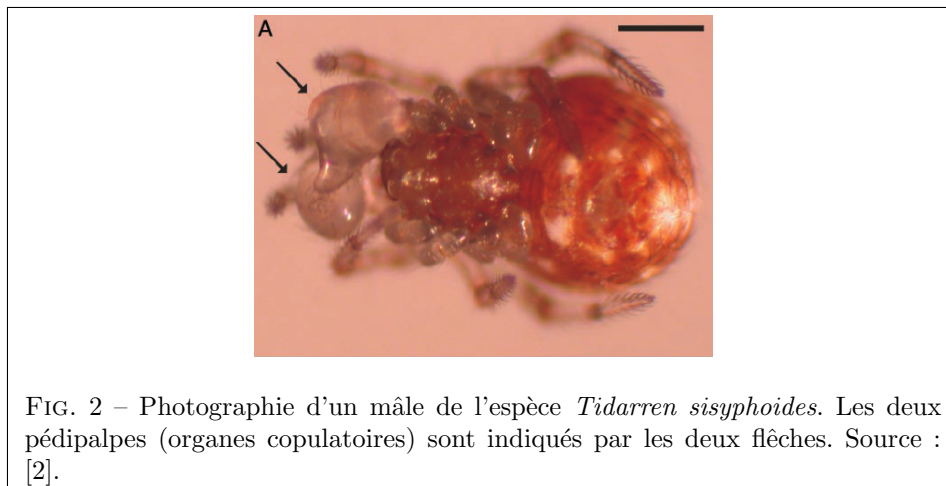
2.1 Introduction

Les araignées de l'espèce *Tidarren sisypoides* (Araneae, Theridiidae) présentent un cas extrême de dimorphisme sexuel de la taille : la masse corporelle des mâles ne représente en moyenne que $\approx 1\%$ de celle des femelles (*cf.* figure 1).



FIG. 1 – Photographie d'un mâle et d'une femelle de l'espèce *Tidarren sisypoides* en phase copulatoire. Le minuscule mâle, indiqué ici par la flèche, repose sur le ventre de sa partenaire. Cette photographie est extraite de l'article [2].

Une conséquence de ce dimorphisme sexuel chez le mâle est que les organes copulateurs (les pédipalpes) sont énormes par rapport à la masse du mâle pour rester fonctionnellement compatibles avec les femelles : ils représentent $\approx 20\%$ de la masse du mâle (*cf.* figure 2).



Sachant que la masse corporelle des mâles de l'espèce *Homo sapiens* est de l'ordre de 75 kg, quelle devrait être la masse des organes copulateurs des mâles de *Homo sapiens* s'ils représentaient la même proportion de la masse corporelle que chez les mâles de *Tidarren sisyphoides* ?

Réponse (en kg) :

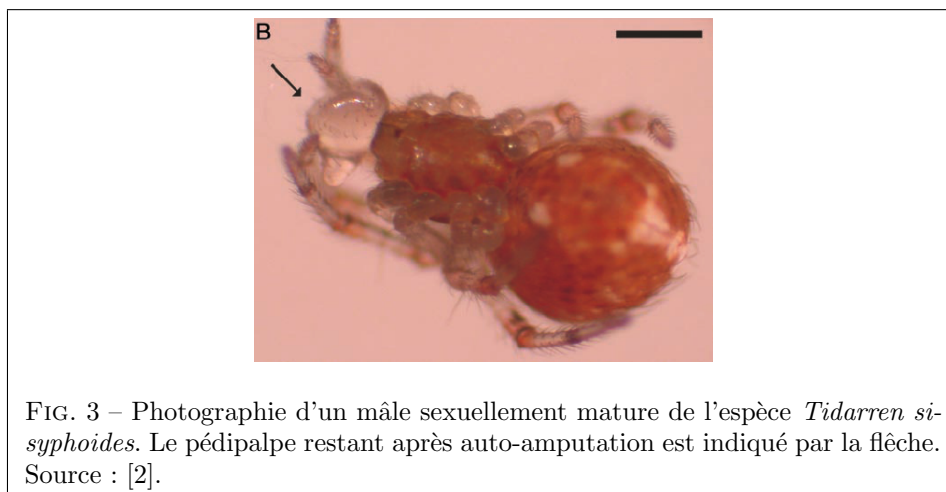
Chez *Tidarren sisyphoides* les mâles s'auto-mutilent en s'amputant d'un des deux pédipalpes (le droit ou le gauche, apparemment au hasard) avant d'arriver à maturité sexuelle (*cf.* figure 3). Margarita Ramos, Duncan J. Irschick, et Terry E. Christenson de l'université de Tulane à la Nouvelle-Orléans en Louisiane se sont intéressés aux conséquences de cette auto-castration sur les performances locomotrices des mâles [2]. En effet, pendant la phase de reproduction les mâles ont une activité locomotrice intense pour rechercher des femelles, et ce en compétition avec d'autres mâles, toute diminution des performances locomotrices risque de compromettre la capacité du mâle à assurer sa descendance.

2.2 Vitesse de pointe

La vitesse de pointe, exprimée en cm/s, de 17 mâles a été mesurée avant et après l'auto-amputation d'un pédipalpe. Les données¹ sont importées dans R avec l'instruction suivante :

```
tidarren1 <- read.table("http://pbil.univ-lyon1.fr/R/donnees/tidarren1.txt",
  sep = "\t", header = TRUE)
tidarren1
  avant apres
1    2.2   5.0
2    2.9   4.8
3    2.0   4.5
4    4.0   4.9
```

¹les données originelles ne sont pas disponibles, il s'agit ici en fait d'une reconstitution à partir des résumés statistiques de l'article.



```

5      3.0  4.8
6      2.0  3.9
7      3.1  1.3
8      3.3  4.6
9      3.2  3.7
10     2.4  3.6
11     3.9  2.0
12     3.0  3.2
13     2.2  4.3
14     0.9  5.5
15     3.6  3.7
16     2.7  4.3
17     2.7  3.7

```

À quoi sert l'option `header = TRUE` de la fonction `read.table()` ci-dessus ?

Réponse :

Les variables numériques avant et après sont-elles de nature qualitative ou quantitative ?

Réponse (qualitative/quantitative) :

Quelle commande permet-elle de lister les mâles dont la vitesse de pointe avant auto-mutilation est supérieure ou égale à 2.7 cm/s ?

```

      avant apres
2      2.9  4.8
4      4.0  4.9
5      3.0  4.8
7      3.1  1.3
8      3.3  4.6
9      3.2  3.7
11     3.9  2.0
12     3.0  3.2
15     3.6  3.7
16     2.7  4.3
17     2.7  3.7

```

Réponse :

Quelle commande permet-elle de lister les mâles dont la vitesse de pointe avant auto-mutilation est supérieure ou égale à 2.7 cm/s **et** la vitesse de pointe après auto-mutilation supérieure ou égale à 3.8 cm/s ?

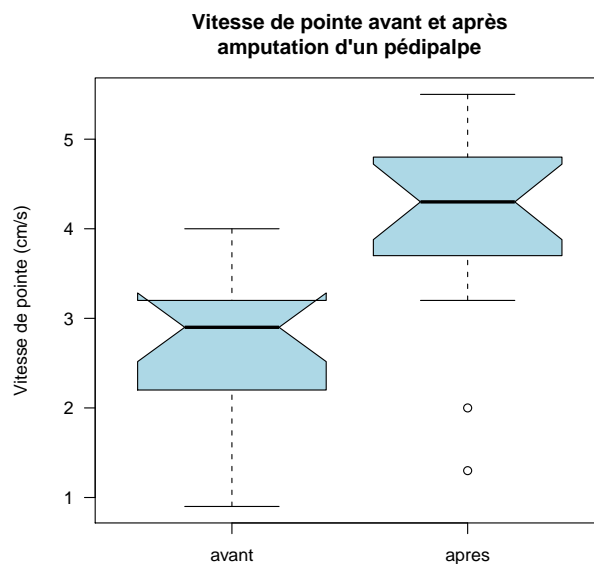
```

      avant apres
2      2.9  4.8
4      4.0  4.9
5      3.0  4.8
8      3.3  4.6
16     2.7  4.3

```

Réponse :

Comment obtenir le graphique suivant :

**Réponse :**

D'après le graphique ci-dessus, peut-on dire qu'il y a une augmentation significative de la vitesse de pointe des mâles après amputation ? Pourquoi ?

Réponse :

2.3 Test d'endurance

Dans une deuxième série d'expériences Margarita Ramos et collaborateurs ont mesuré l'endurance des mâles, c'est à dire le temps pendant lequel les mâles sont capables de courir avant épuisement. À la différence du test de vitesse de pointe, ces expériences n'ont pas été faites sur les mêmes individus (pour des raisons techniques) mais sur 15 mâles ayant deux pédipalpes et 17 mâles ayant un pédipalpe.

Les données sont importées dans \mathbb{R} de la façon suivante :

```
load(url("http://pbil.univ-lyon1.fr/R/donnees/tidarren2.RData"))
class(tidarren2)
[1] "list"
tidarren2
$deux
[1] 15.3 18.2 14.5 23.2 18.7 14.6 19.2 20.1 19.5 16.4 22.9 18.9 15.3 9.6 21.5
$un
[1] 28.4 28.4 31.4 31.0 30.3 31.3 30.9 28.7 22.3 30.4 28.3 28.0 24.0 27.0 29.8 32.7
[17] 28.2
```

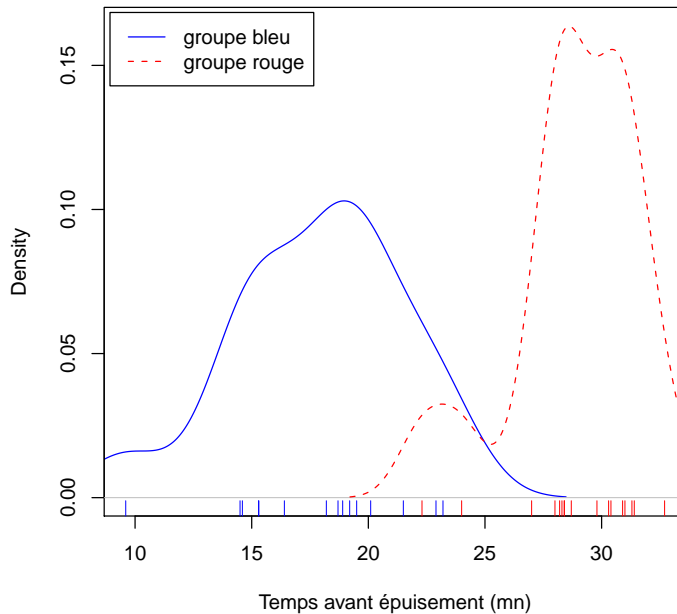
L'objet \mathbb{R} `tidarren2` est de la classe `list`. Serait-il possible de transformer cet objet en un objet de la classe `data.frame`? Si oui, donner la commande permettant de faire cette opération, si non expliquer pourquoi.

Réponse :

Le résultats du test d'endurance ont été représentés à l'aide de la commande \mathbb{R} suivante :

```
bleu.dst <- density(tidarren2$deux)
rouge.dst <- density(tidarren2$un)
plot(bleu.dst, xlim = range(tidarren2), ylim = range(bleu.dst$y,
rouge.dst$y), col = "blue", lty = 1, xlab = "Temps avant épuisement (mn)",
main = "Résultat du test d'endurance")
lines(rouge.dst, col = "red", lty = 2)
rug(tidarren2$deux, col = "blue")
rug(tidarren2$un, col = "red")
legend("topleft", inset = 0.01, legend = c("groupe bleu", "groupe rouge"),
lty = c(1, 2), col = c("blue", "red"))
```

Résultat du test d'endurance



Commentez ces résultats.

Réponse :

On décide d'utiliser un test d'hypothèse pour avoir une idée de la significativité du résultat observé. On décide de travailler avec un risque de première espèce de 5 %. L'hypothèse nulle (H_0) est *Il n'y a pas de différence entre les moyennes des deux groupes*, et l'hypothèse alternative (H_0) est *Il y a une différence entre les moyennes des deux groupes*. Les résultats du test sont les suivants :

```
t.test(tidarren2$deux, tidarren2$un)
      Welch Two Sample t-test
data:  tidarren2$deux and tidarren2$un
t = -9.7009, df = 25.443, p-value = 4.944e-10
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -13.367505  -8.688966
sample estimates:
mean of x mean of y
 17.86000  28.88824
```

Quelle est votre conclusion ?

Réponse :

3 Modélisation : Gauche ou droite, faut-il vraiment biaiser ?

Nous allons à présent étudier la stratégie d'amputation des mâles du genre *Tidarren*. Un lexique des paramètres du modèle est présenté en section 3.4.

Les mâles ayant conservé le pédipalpe droit (respectivement gauche) seront qualifiés de droitiers (resp. gauchers). On parle de *biais* dans le choix d'amputation lorsque les mâles choisissent préférentiellement de conserver l'un des deux pédipalpes (gauche ou droit).

L'accouplement de *Tidarren sisyploides* a été étudié avec soin [1]. Les femelles du genre *Tidarren* possèdent deux spermathèques qui peuvent être fécondées indépendamment. Chaque spermathèque ne peut être fécondée que par un seul mâle et seulement par un pédipalpe "compatible" : seuls les mâles équipés d'un pédipalpe droit (resp. gauche) peuvent féconder la spermathèque droite (resp. gauche) des femelles.

3.1 Présentation du modèle

On propose un modèle où deux stratégies d'amputation notées **A** et **B** sont présentes chez les mâles dans la population. Ces stratégies sont hérissables : les mâles **A** (resp. **B**) ont des descendants mâles **A** (resp. **B**).

- Les mâles **A** choisissent de conserver le pédipalpe gauche avec une probabilité a et le pédipalpe droit avec une probabilité $1 - a$.
- Les mâles **B** choisissent de conserver le pédipalpe gauche avec une probabilité b et le pédipalpe droit avec une probabilité $1 - b$.

Lorsque a (ou b) est différent de 0.5, on dit que la stratégie **A** (ou **B**) est de faire un choix biaisé.

La proportion des mâles de type **A** dans la population est p , la proportion des mâles de type **B** est $1 - p$. Donnez, en fonction de p , a et b la fréquence f_G des mâles gauchers dans la population, en déduire la fréquence f_D des mâles droitiers dans la population

Réponse :

$f_G =$

$f_D =$

Il existe deux types de femelles disponibles pour l'accouplement dans la population

- Des femelles vierges en proportion v (avec $0 < v < 1$).
- Des femelles s'étant déjà accouplées une fois en proportion $1 - v$ (avec $0 < 1 - v < 1$).

Un mâle gaucher (resp. droitier) ne peut s'accoupler avec une femelle non vierge que si le mâle qui l'a précédé était droitier (resp. gaucher) et a ainsi laissé la spermathèque gauche (resp. droite) intacte.

On note ω_G (resp. ω_D) la probabilité de s'accoupler lors d'une rencontre avec une femelle disponible pour un mâle gaucher (resp. droitier). Donnez l'expression de

ω_G et ω_D en fonction de v , f_G et f_D .

Réponse :

$\omega_G =$

$\omega_D =$

On note ω_A (resp. ω_B) la probabilité de s'accoupler lors d'une rencontre avec une femelle disponible pour un mâle **A** (resp. **B**). Donnez l'expression de ω_A et ω_B en fonction de ω_G , ω_D , a et b .

Réponse :

$\omega_A =$

$\omega_B =$

3.2 Dynamique de la stratégie A

La fréquence p de la stratégie **A** est la proportion de mâles **A** dans la population. Cette fréquence p vérifie l'équation différentielle $\dot{p} = p(1-p)(\omega_A - \omega_B)$. En remplaçant ω_A et ω_B par leurs expressions en fonction de a , b , p , et v on obtient l'équation suivante

$$\dot{p} = (1-v)(a-b)p(1-p)(1-2b-2p(a-b)) \quad (1)$$

Comment qualifie-t-on un modèle qui comme celui de l'équation 1 ne fait pas intervenir le hasard et aboutit à un résultat fixé uniquement par les conditions initiales?

Réponse : Il s'agit d'un modèle...

Déterminez les trois valeurs d'équilibre pour la fréquence p d'après l'équation 1. On notera p_0 et p_1 les deux points d'équilibre triviaux et p^* le troisième point d'équilibre non trivial.

Réponse :

$p_0 =$

$p_1 =$

$p^* =$

Le point d'équilibre p^* n'a de signification biologique que lorsque $0 \leq p^* \leq 1$. Pour rechercher les conditions d'existence de p^* , on peut utiliser l'équivalence 2

$$0 \leq \frac{X}{Y} \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} Y \neq 0 \\ X \leq 0 \\ Y \leq X \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} Y \neq 0 \\ X \geq 0 \\ Y \geq X \end{cases} \quad (2)$$

Quelles sont les conditions sur a et b pour l'existence du point d'équilibre p^* ?

Réponse :

Lorsque le point d'équilibre p^* existe (c'est à dire lorsque $0 < p^* < 1$), on a l'égalité

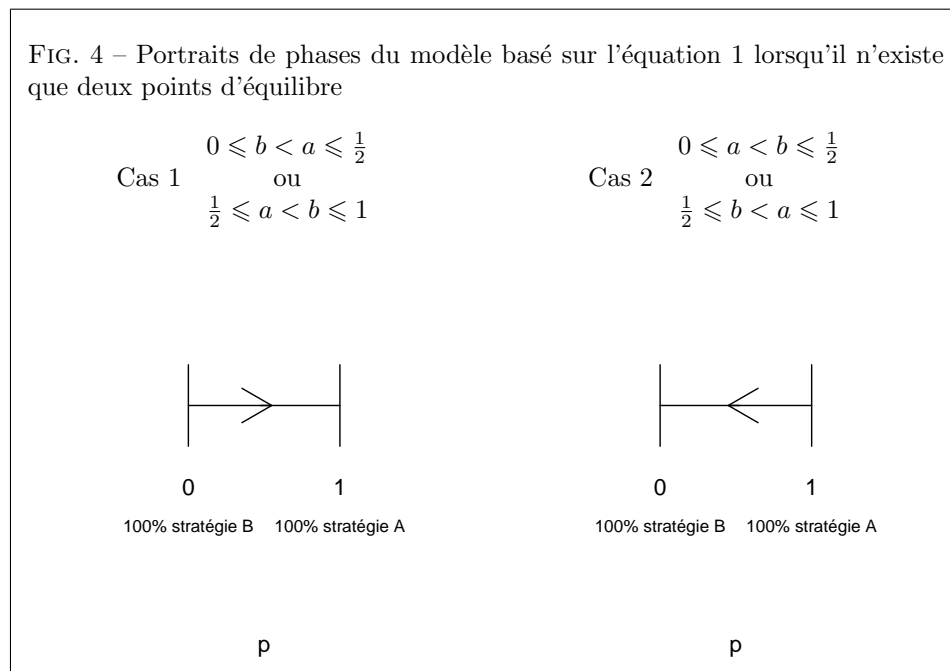
$$\left. \frac{dp}{dp} \right|_{p=p^*} = -2(1-v)p^*(1-p^*)(a-b)^2$$

Qu'en concluez-vous quant à la stabilité du point d'équilibre p^* lorsqu'il existe ? Tracez le portrait de phase lorsque p^* existe.

Réponse :

Portrait de phase :

La figure 4 présente les portraits de phase du modèle lorsqu'il n'existe que deux points d'équilibre.



Vers quel état final la population va-t-elle évoluer lorsque $a = \frac{1}{2}$ ou $b = \frac{1}{2}$ (avec $a \neq b$) ?

Réponse :

3.3 Interprétation

Un biologiste naturaliste a observé que dans les espèces du genre *Tidarren* les mâles semblent ne pas adopter une stratégie biaisée pour l'amputation du pédipalpe : quel que soit le choix d'amputation d'un mâle, la proportion de droitiers dans sa descendance ne diffère pas significativement de 50%. Il propose que cette absence de biais relève simplement d'un choix au hasard avec deux alternatives a priori équiprobables et que la sélection n'a donc joué aucun rôle dans l'établissement de cette stratégie. Êtes-vous d'accord avec cette affirmation (vous justifierez votre réponse au regard de l'étude que vous avez menée) ?

Réponse :

3.4 Lexique

A , (B)	Stratégie consistant à conserver le pédipalpe gauche avec une probabilité a (resp. b) et le droit avec une probabilité $1 - a$ (resp. $1 - b$).
a , (b)	Probabilité de choisir de conserver le pédipalpe gauche pour un mâle de type A (resp. de type B). On a forcément $0 \leq a \leq 1$ et $0 \leq b \leq 1$.
Droitier, (Gaucher) ω_G , (ω_D)	Mâle ayant choisi de conserver le pédipalpe droit (resp. gauche). Probabilité d'accouplement d'un mâle gaucher (resp. droitier) lors d'une rencontre avec une femelle disponible pour l'accouplement.
ω_A , (ω_B)	Probabilité d'accouplement d'un mâle ayant adopté la stratégie A (resp. B) lors d'une rencontre avec une femelle disponible pour l'accouplement.
f_G , (f_D)	Fréquence des mâles gauchers (resp. droitiers) dans la population.
p , ($1 - p$)	Fréquence des mâles ayant adopté la stratégie A (resp. B) dans la population.
v , ($1 - v$)	Fréquence des femelles vierges (resp. s'étant déjà accouplées une fois) parmi les femelles disponibles pour l'accouplement dans la population. On a $0 < v < 1$.
p_0 , p_1 , p^*	Fréquences d'équilibre de la stratégie A prédites par le modèle de l'équation 1

Références

- [1] B. Knoflach and S.P. Benjamin. Mating without sexual cannibalism in *Tidarren sisypoides* (araneae, theridiidae). *Journal of Arachnology*, 31 :445–448, 2003.
- [2] M. Ramos, D.J. Irschick, and T.E. Christenson. Overcoming an evolutionary conflict : removal of a reproductive organ greatly increases locomotor performance. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 101 :4883–4887, 2004.