

Exercices avec le logiciel 

# Épreuve Biologie & Modélisation - Contrôle terminal - 16 mai 2007

S. Mousset & J.R. Lobry

Durée 1h30

*Tous documents autorisés - échanges strictement interdits. Pastafarisme et mèmes.*

## 1 Répondre directement sur la feuille

Nom :  
Prénom :  
Numéro carte étudiant :

## 2 Statistiques

Un des dogmes religieux des adeptes du pastafarisme est que le réchauffement climatique est une conséquence directe du déclin de la population de pirates [5, 6]. Les pastafariens produisent le graphique de la figure 1 à l'appui de leur croyance.



Quelles sont les critiques que l'on peut faire à la représentation de la figure 1 d'un point de vue graphique ?

Réponse :

Quelle critique peut on faire de l'interprétation que font les pastafariens de la figure 1.

Réponse :

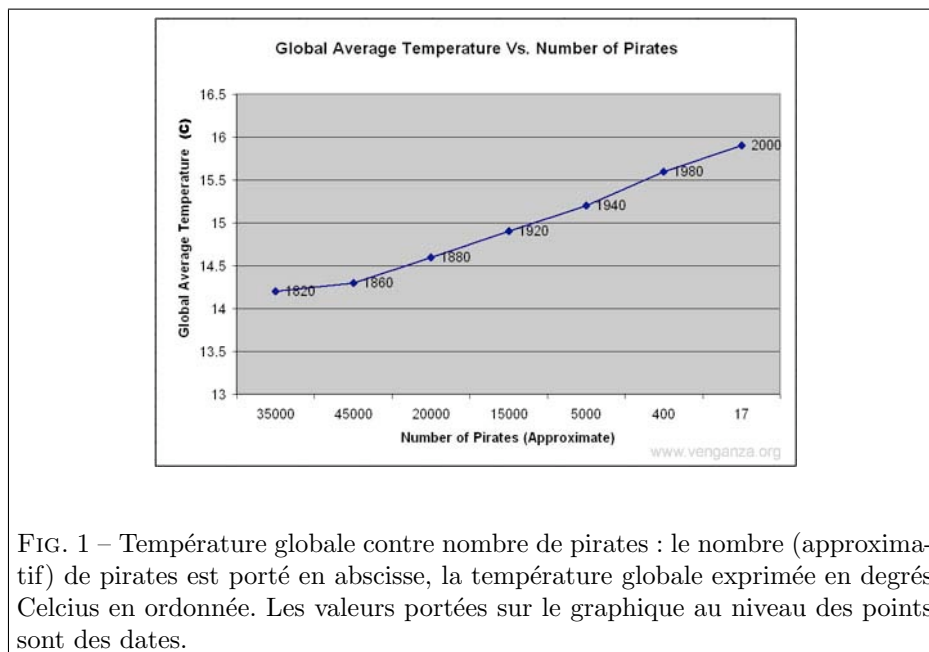


FIG. 1 – Température globale contre nombre de pirates : le nombre (approximatif) de pirates est porté en abscisse, la température globale exprimée en degrés Celcius en ordonnée. Les valeurs portées sur le graphique au niveau des points sont des dates.

On décide d'importer les données correspondant à la figure 1 à partir du fichier disponible à <http://pbil.univ-lyon1.fr/R/donnees/pirates.txt> reproduit ci-après :

```

an      ndp      temp
1820   35000   14.2
1860   45000   14.3
1880   20000   14.6
1920   15000   14.9
1940   5000    15.2
1980   400     15.6
2000   17      15.9

```

Sachant que le séparateur des colonnes est le caractère de tabulation, quelle instruction faut-il entrer dans la console `R` pour importer ces données dans l'objet de type `data.frame` appelé `pir` ?

```

class(pir)
[1] "data.frame"
pir
  an  ndp temp
1 1820 35000 14.2
2 1860 45000 14.3
3 1880 20000 14.6
4 1920 15000 14.9
5 1940  5000 15.2
6 1980   400 15.6
7 2000   17 15.9

```

Réponse :

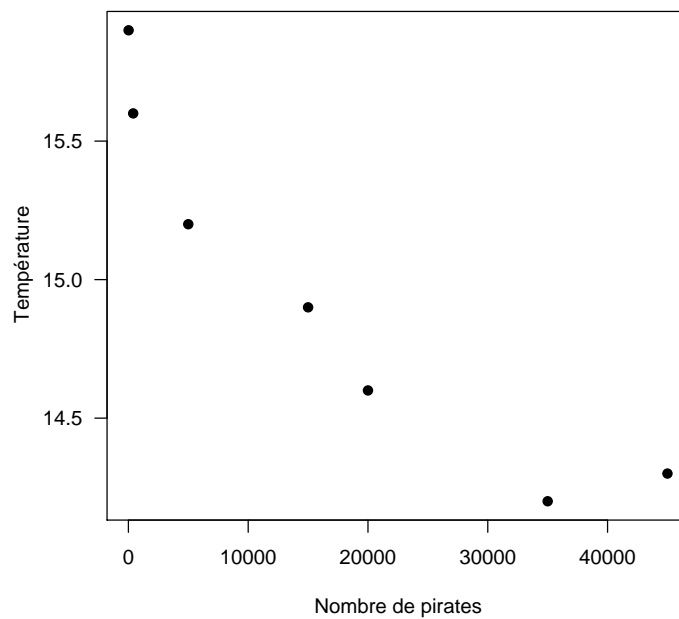
Comment faire pour n'afficher que les données correspondant à l'année 1940 ?

```
an ndp temp
5 1940 5000 15.2
```

Réponse :

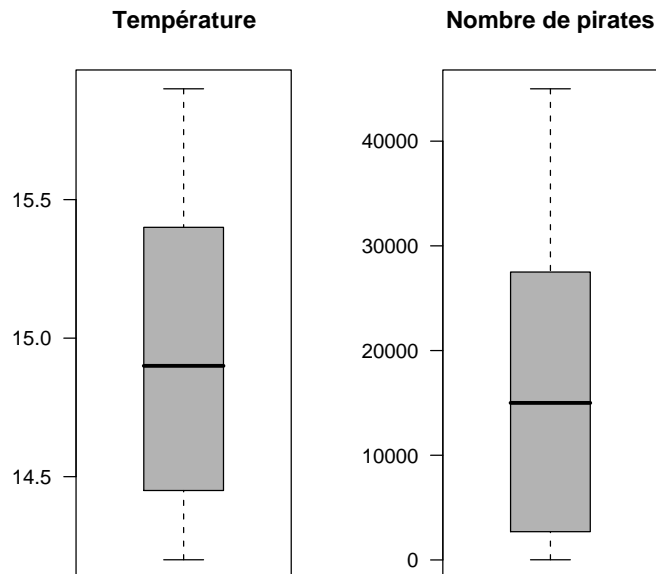
Quelle instruction permet de produire le graphique suivant ?

Température et nombre de pirates



Réponse :

Quelle instruction permet de produire le graphique suivant ?

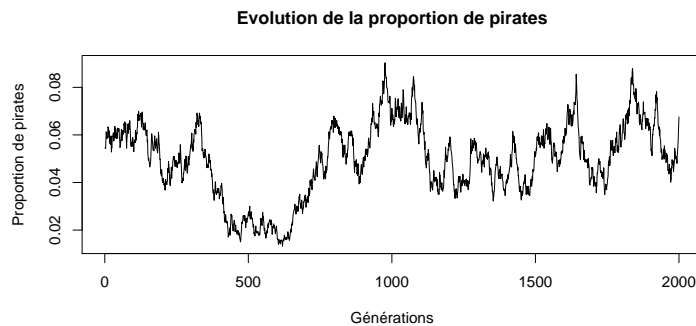


Réponse :

On décide de simuler l'évolution de la proportion de pirates dans une population de la manière suivante :

```
nouvellegeneration <- function(population, mu = 0.19, lambda = 0.2) {
  n <- length(population)
  p <- sum(population == "P")/n
  pnew <- p * (1 - mu) + lambda * p * (1 - p)
  return(sample(c("N", "P"), size = n, prob = c(1 - pnew, pnew),
    replace = TRUE))
}
taillepop <- 10000
population <- sample(c("N", "P"), size = taillepop, prob = c(0.95,
  0.05), replace = TRUE)
niter <- 2000
result <- numeric(niter)
for (i in 1:niter) {
  result[i] <- sum(population == "P")/length(population)
  population <- nouvellegeneration(population)
}

plot(1:niter, result, type = "l", xlab = "Génération", ylab = "Proportion de pirates",
  main = "Evolution de la proportion de pirates")
```



Retrouvera-t-on exactement le même résultat si l'on exécute une deuxième fois ce même code ? Pourquoi ?

**Réponse :**

Que donnera presque sûrement l'exécution du code suivant :

```
taillepop <- 100
population <- sample(c("N", "P"), size = taillepop, prob = c(0.95,
0.05), replace = TRUE)
niter <- 2000
result <- numeric(niter)
for (i in 1:niter) {
  result[i] <- sum(population == "P")/length(population)
  population <- nouvellegeneration(population)
}
plot(1:niter, result, type = "l", xlab = "Génération", ylab = "Proportion de pirates",
main = "Evolution de la proportion de pirates")
```

**Réponse :**

### 3 Modélisation

Le concept de *mème* a été introduit par Richard Dawkins en 1976 [1, 2, 3, 4] sur le principe du gène pour désigner une entité d'information (par exemple une idée ou un comportement) capable de se répliquer.

La nouvelle soupe est celle de la culture humaine. Nous avons besoin d'un nom pour ce nouveau réplicateur, d'un nom qui évoque l'idée d'une unité de transmission culturelle ou d'une unité d'*imitation*. "Mimème" vient d'une racine grecque, mais je préfère un mot d'une seule syllabe qui sonne un peu comme "gène", aussi j'espère que mes amis, épris de classicisme, me pardonneront d'abrégé ainsi mimème en mème. Si cela peut vous consoler, pensons que mème peut venir de "mémoire" ou du mot français "mème" qui rime avec "crème" (qui veut dire le meilleur, le dessus du panier). Richard Dawkins (traduit de l'anglais par Laura Ovion) page 192 de [3].



Richard Dawkins lors d'une conférence à Reykjavík le 24 juin 2006 (source : Wikipedia).

Contrairement aux gènes dont la transmission dépend de la réplication de leur support physique (l'ADN), les allèles d'un mème se transmettent par un processus de contamination. De la même façon que l'on peut modéliser l'évolution des fréquences des gènes dans les populations, la dynamique des mèmes peut être modélisée. On propose un modèle simpliste où le comportement de piraterie est causé par un mème ayant deux allèles "normal" (N) et "pirate" (P). Le modèle est celui de l'équation 1,

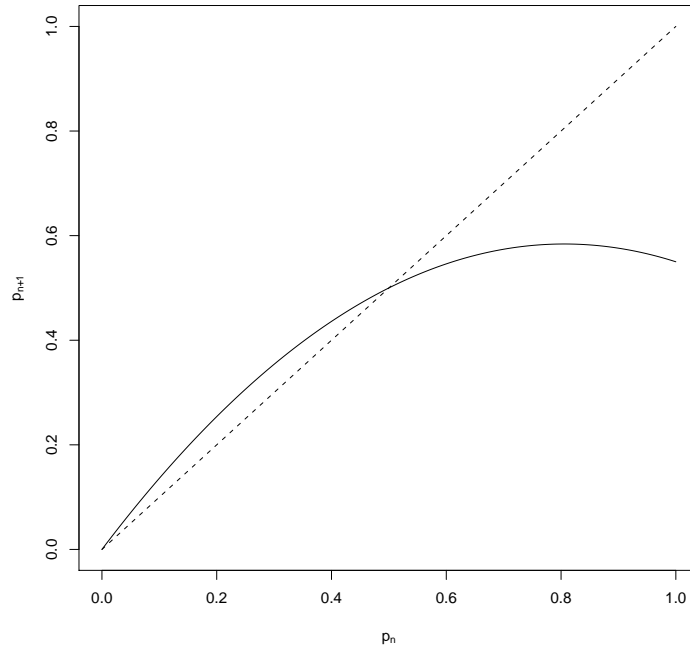
$$p_{n+1} = (1 - \mu)p_n + \lambda p_n(1 - p_n) \tag{1}$$

où  $p_n$  désigne la fréquence de l'allèle P dans la population à la génération  $n$ ,  $\mu$  est le taux de mortalité des pirates et  $\lambda$  est un paramètre de conversion des allèles N en allèles P par contact entre individus N et P. On suppose par ailleurs  $0 < \mu < 1$  et  $\lambda > 0$ .

À quel type de système, bien adapté aux mesures ponctuelles et dans lequel le hasard n'intervient pas, l'équation 1 correspond-elle ?

**Réponse :**

La figure suivante a été obtenue en utilisant les valeurs de paramètres  $\mu = 0.45$  et  $\lambda = 0.9$ . Complétez cette figure pour obtenir la représentation en toile d'araignée (cobweb) de l'évolution de la fréquence de l'allèle P pour une fréquence initiale  $p_0 = 0.2$ .



Dans les conditions de la figure précédente, que pouvez-vous dire de  $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$  ?

**Réponse :**

On se place à présent dans le cas général du système défini par l'équation 1. Déterminez les deux points d'équilibre  $p_0^*$  et  $p_1^*$  de ce système.

**Réponse :**

$p$  est une fréquence ( $0 \leq p \leq 1$ ). Quelles conditions les paramètres  $\lambda$  et  $\mu$  doivent-ils vérifier pour que les points d'équilibre  $p_0^*$  et  $p_1^*$  existent dans la réalité?

**Réponse :**

Quelles conditions les paramètres  $\lambda$  et  $\mu$  doivent-ils vérifier pour que le point d'équilibre  $p_0^*$  soit stable?

**Réponse :**

Quelles conditions les paramètres  $\lambda$  et  $\mu$  doivent-ils vérifier pour que le point d'équilibre  $p_1^*$  soit stable?

**Réponse :**

Lorsque  $\mu = 0.19$  et  $\lambda = 0.2$ , que pouvez vous dire de  $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$  pour une fréquence initiale  $p_0 = \epsilon$  où  $0 < \epsilon < 0.01$  ?



**Réponse :**

Les changements environnementaux peuvent avoir une influence sur les paramètres du modèle. Quelles prédictions pouvez-vous faire sur l'existence à long terme des pirates si le taux de mortalité  $\mu$  augmente ?

**Réponse :**

## Références

- [1] Richard Dawkins. *The selfish gene*. Oxford, 1976.
- [2] Richard Dawkins. *The selfish gene*. Oxford University Press, Oxford, UK, 1989. 2<sup>nd</sup> edition, ISBN 0192177737.
- [3] Richard Dawkins. *Le gène égoïste*. Armand Collin, Paris, France, 1990. Traduction de la deuxième édition, ISBN 2200240228.
- [4] Richard Dawkins. *The selfish gene (30<sup>th</sup> Anniversary Edition)*. Oxford University Press, Oxford, UK, 2006. 3<sup>rd</sup> edition, ISBN 0199291152.
- [5] Bobby Henderson. Open letter to Kansas school board, 2005. <http://www.venganza.org/about/open-letter/>.
- [6] Bobby Henderson. *The gospel of the flying spaghetti monster*. Villard Books, the Random House Publishing Group, 1745 Broadway, 18<sup>th</sup> Floor, New York, NY 10019, USA, 2006. ISBN 0812976568.