

Exercices avec le logiciel 

# Épreuve Biologie & Modélisation - Contrôle terminal - 8 décembre 2006

S. Mousset & J.R. Lobry

Durée 1h30

*Tous documents autorisés - échanges strictement interdits.* Taux de fécondité et densité de cigognes. Dynamique de la population des femmes françaises. Valeur propre un modèle matriciel.

## 1 Répondre directement sur la feuille

Nom :  
Prénom :  
Numéro carte étudiant :

## 2 Statistiques

On s'intéresse à la relation entre le taux de fécondité des femmes françaises (**fec**) et la densité de cigognes (**cig**) en Alsace pour la période allant de 1945 à 1986 (**annee**). Le taux de fécondité est exprimé en nombre d'enfants pour 10000 femmes<sup>1</sup>. La densité de cigognes est exprimée en nombre de couples nidifiant en Alsace<sup>2</sup>.



À quoi servent les instructions suivantes :

```
data <- read.table("http://pbil.univ-lyon1.fr/R/donnees/cigfec.txt",  
  header = TRUE)  
names(data)  
[1] "annee" "cig" "fec"
```

Réponse :

Donner le code  permettant d'afficher uniquement les données de l'année 1966 :

<sup>1</sup>Il s'agit de l'indicateur conjoncturel de fécondité rapporté en 2004 par l'INSEE, l'Institut National de la Statistique et des Études Économiques, disponible à <http://www.insee.fr/>.

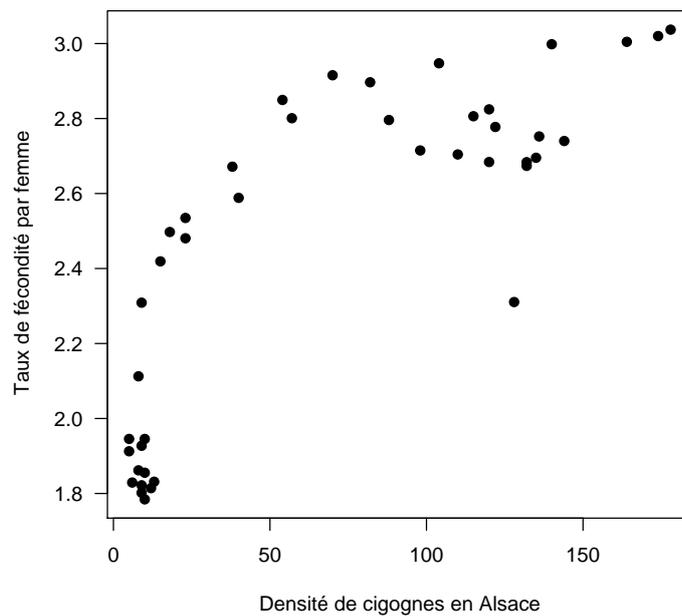
<sup>2</sup>Les données ont été extraites de *The Global Population Database : NERC Centre for Population Biology, Imperial College (1999) The Global Population Dynamics Database.* à <http://www.sw.ic.ac.uk/cpb/cpb/gpdd.html>. Elles sont issues des articles [3, 1].

```
annee cig fec
22 1966 57 28009
```

Réponse :

Donner le code `R` permettant de produire le graphique ci-dessous dans lequel le taux de fécondité est exprimé par femme, et non pour 10000 femmes :

Relation entre taux de fécondité et densité de cigognes



Réponse :

Pour résumer la corrélation entre les deux variables, on décide d'utiliser  $r$ , le coefficient de corrélation linéaire de Pearson [2]. La fonction `var.test()` nous permet de faire le test suivant :

$H_0$  : il n'y a pas de corrélation entre les deux variables ( $r = 0$ ).

$H_1$  : il y a une corrélation entre les deux variables ( $r \neq 0$ ).

Le résultat est le suivant :

```
cor.test(x = data$cig, y = data$fec)
      Pearson's product-moment correlation
data:  data$cig and data$fec
t = 8.5786, df = 40, p-value = 1.322e-10
alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 0.6632107 0.8908882
```

sample estimates:  
cor  
0.8048983

Avec un risque de première espèce ( $\alpha$ ) de 5 %, quelle est votre décision au vu de ce résultat ?

Réponse :

Quelle est votre interprétation de la forte corrélation entre le taux de fécondité des femmes et la densité de cigognes ?

Réponse :

### 3 Modélisation

On cherche à modéliser la dynamique de la population des femmes françaises et sa structuration en classes d'âges à partir des données de fécondité et de mortalité par classes d'âges<sup>3</sup>. Nous proposons un modèle à 5 classes d'âges, le modèle aura un pas de temps de 25 ans :

1. Classe 1 : de 0 à 24 ans.
2. Classe 2 : de 25 à 49 ans.
3. Classe 3 : de 50 à 74 ans.
4. Classe 4 : de 75 à 99 ans.
5. Classe 5 : de 100 à 125 ans.

#### 3.1 Taux de mortalité

La table de mortalité ci-dessous donne, pour un effectif initial de 100000 individus, le nombre d'individus ayant atteint un âge donné<sup>4</sup>.

TAB. 1 – Table de mortalité abrégée pour les femmes françaises

Âge en années	0	25	50	75	100	125
Effectif restant	100000	99214	96827	82141	3698	0

<sup>3</sup>Les données utilisées ici sont tirées du site de l'INSEE (Institut National de la Statistique et des Études Économiques), et disponible à <http://www.insee.fr/>

<sup>4</sup>Extrait de la table de l'INSEE pour les femmes de l'année 2004.

En faisant l'hypothèse très simplificatrice que les taux de mortalité des femmes n'ont pas trop évolué durant le dernier siècle, calculez le taux de survie entre les différentes classes d'âges.

**Réponse :**

### 3.2 Taux de fécondité

L'indicateur conjoncturel de fécondité donne le nombre d'enfants que mettraient au monde 10000 femmes d'une classe d'âge donnée pendant un pas de temps du modèle<sup>5</sup>.

TAB. 2 – Indicateur conjoncturel de fécondité par classes d'âges

Classe d'âges	1	2	3	4	5
Indice de fécondité	3160	15838	0	0	0

Les indices de fécondité ci-dessus sont exprimés en nombre d'enfants pour 10000 femmes durant un pas de temps de notre modèle (25 ans). Notre modèle ne prend en compte que les femmes, les taux de fécondité doivent donc être exprimés en nombre de filles par pas de temps. Calculez les taux de fécondité individuels de chaque classe d'âges exprimés en nombre de filles par femme pour le même pas de temps (on suppose qu'il y a 50% de filles parmi les nouveaux-nés).

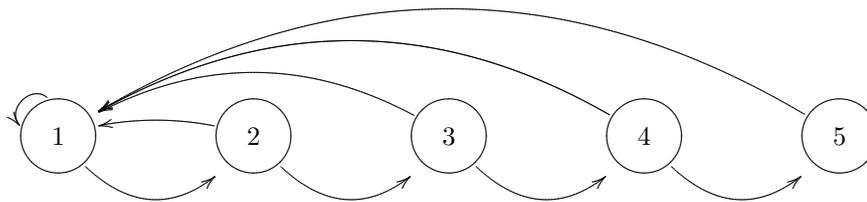
**Réponse :**

<sup>5</sup>Extrait de la table de l'INSEE de l'année 2004.

### 3.3 Modèle matriciel

Complétez le schéma représentatif du modèle :

FIG. 1 – Modèle de dynamique de la population des femmes française



Donnez la matrice correspondant à ce modèle.

**Réponse :**

Comment appelle-t-on ce type de modèle matriciel de population ?

**Réponse :**

### 3.4 Interprétation

Durant une vie, combien de filles une femme aura-t-elle mis au monde en moyenne ?

Réponse :

On appelle  $M$  la matrice de transition du modèle proposé. Que déduisez vous de la série de commandes suivantes ?

```
eig <- eigen(M)
eig$values[1]
[1] 0.968897
eig$vector[, 1]/sum(eig$vector[, 1])
[1] 0.24997084 0.25596742 0.25782831 0.22574415 0.01048928
```

Réponse :

## Références

- [1] S. Kanyamibwa, A. Schierer, R. Pradel, and J.D. Lebreton. Changes in adult annual survival rates in a western european population of the white stork *Ciconia ciconia*. *IBIS*, 132 :27–35, 1989.
- [2] K. Pearson. Contributions to the mathematical theory of evolution. iii regression, heredity and, panmixia. *Philosophical Transactions of the Royal Society London Series A*, 187 :253–318, 1896.
- [3] A. Schierer. Quarante années d’observations et de recherches sur la cigogne blanche en Alsace. *Ciconia*, 10 :1–12, 1986.