

DEA Analyse et Modélisation des Systèmes Biologiques

Analyse des données - 2002/2003

Les calculs sont faits dans R (<http://lib.stat.cmu.edu/R/CRAN/index.html>) avec la librairie `ade4` (<http://lib.stat.cmu.edu/R/CRAN/bin/windows/contrib/ade4.zip>).

```
data(fruits)
```

Source : Kervella, J. (1991) Analyse de l'attrait d'un produit : exemple d'une comparaison de lots de pêches. In : *Agro-Industrie et méthodes statistiques. Compte-rendu des secondes journées européennes*. Nantes 13-14 juin 1991 . (Ed.) Association pour la Statistique et ses Utilisations, Paris. 313-325.

```
names(fruits)
[1] "type" "jug"  "var"
dim(fruits$jug)
[1] 28 16
dim(fruits$var)
[1] 28 15
length(fruits$type)
[1] 28
```

Le tableau `fruits$jug` a 28 lignes (produits) et 16 colonnes (juges). Chacun des juges a exprimé son opinion sur 28 lots de fruits en attribuant à chacun des lots un rang qui va de 1 (le plus apprécié) à 28 (le moins apprécié) sans ex-aequo (rangement intégral). Les données sont listées en annexe.

1. Quel est le résultat attendu de `apply(fruits$jug, 2, sum)`

2. Quel est la première valeur manquante ci-dessous ?

```
apply(fruits$jug, 1, sum)
 1.nec 2.nec 3.pea 4.pea 5.pea 6.nec 7.pea 8.nec 9.nec 10.nec 11.nec
xxxxx  104  121  121  154  152  191  190  201  195  202
12.nec 13.nec 14.pea 15.nec 16.nec 17.pea 18.nec 19.pea 20.pea 21.pea 22.nec
 188  210  198  208  228  238  251  259  287  265  304
23.nec 24.pea 25.pea 26.pea 27.pea 28.pea
 319  321  352  374  381  395
```

3. Les lignes du tableau `fruits$jug` sont elles rangées au hasard ?

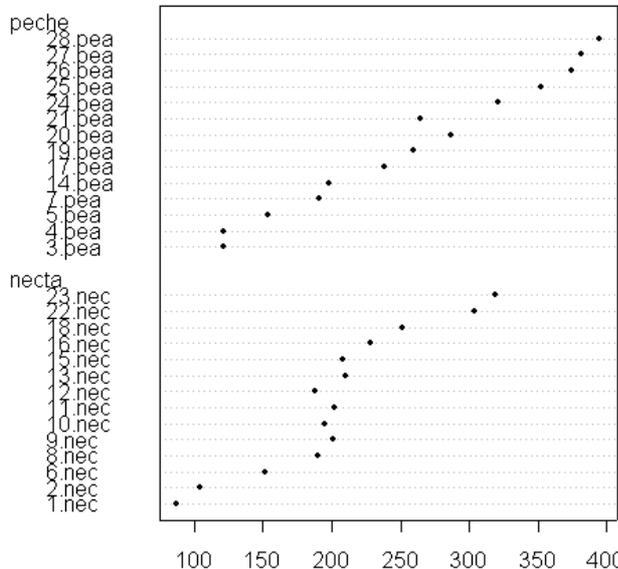
Les 28 lots porte sur deux types de fruits : des pêches et des nectarines. L'information est dans le vecteur `fruits$type` :

```
summary(fruits$type)
peche necta
  14    14
```

```
dotchart(apply(fruits$jug, 1, sum), gr=fruits$type)
```

4. Que vous suggère le graphique ci-contre ?

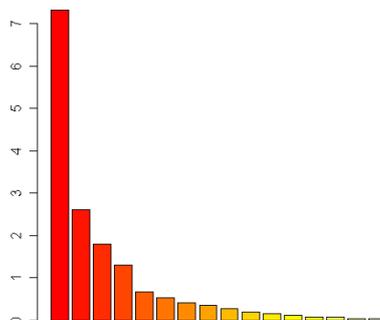
```
diag(1,3) # pour expliciter l'ordre suivant
      [,1] [,2] [,3]
[1,]    1    0    0
[2,]    0    1    0
[3,]    0    0    1
```



```
range(cor(fruits$jug)-diag(1,16))
[1] -0.2053 0.8550
```

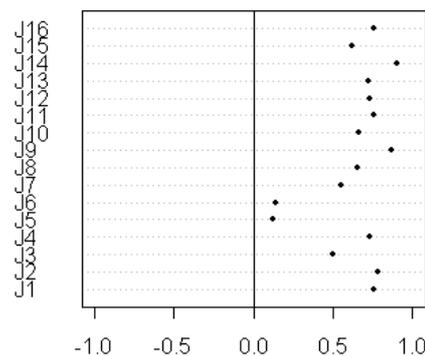
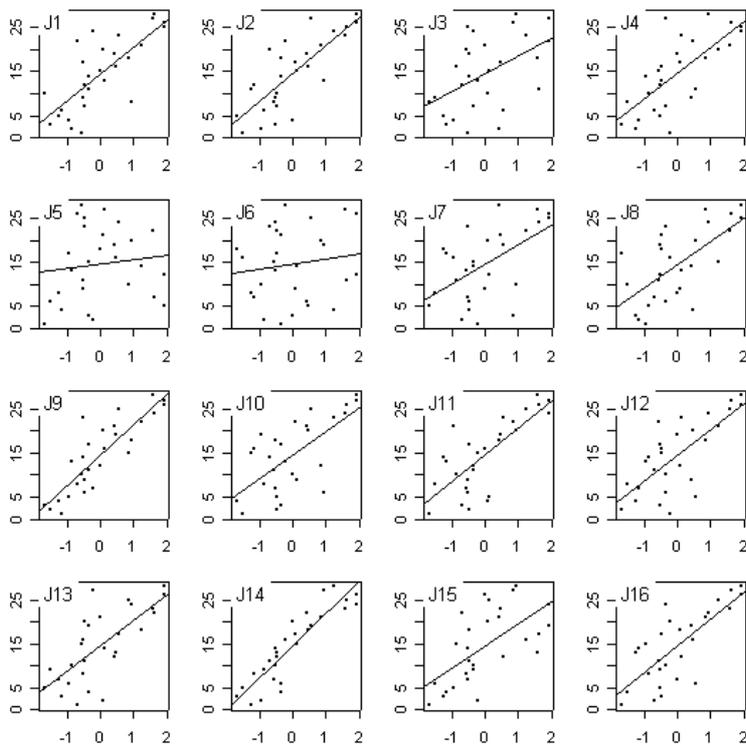
5. Existe-t'il deux juges qui ont fait le même classement ? Existe-t'il deux juges qui ont fait un classement strictement inverse l'un de l'autre ?

```
pca1=dudi.pca(fruits$jug)
Select the number of axes:
```



6. Quelle est votre décision ?

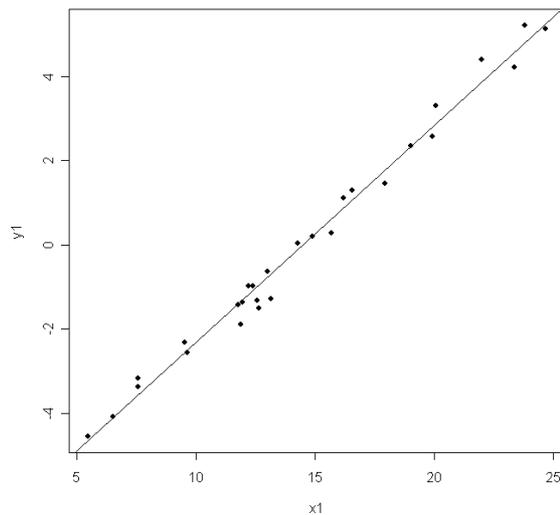
```
score(pca1) # à gauche
dotchart(pca1$co[,1],xlim=c(-1,1),pch=20,lab=row.names(pca1$co)) # à droite
abline(v=0)
```



7. Quel est le principe de construction de ces figures et à quoi servent-elles ?

```
x1=apply(fruits$jug,1,mean)
y1=pca1$li[,1]
plot(x1,y1,pch=20,cex=1.5)
abline(lm(y1~x1))
cor(x1,y1)
```

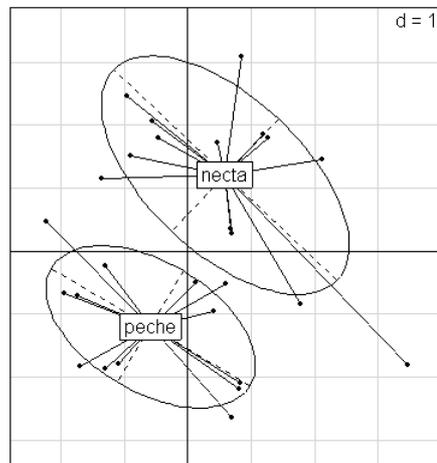
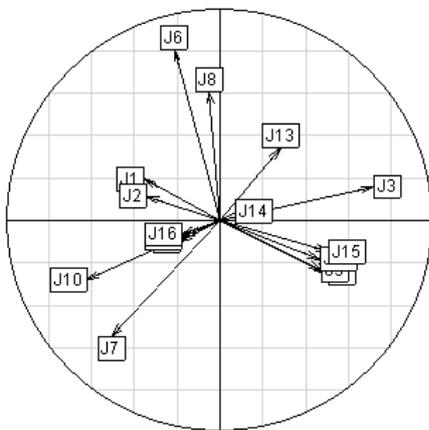
[1] 0.9938



8. Interpréter le premier facteur de cette ACP.

```
s.corcircle(pca1$co, 2, 3, clab=0.75)
s.class(pca1$li, fruits$type, xax=2, yax=3)
apply(fruits$jug, 2, function(x) tapply(x, fruits$type, mean))
```

	J1	J2	J3	J4	J5	J6	J7	J8	J9	J10	J11	J12	J13
peche	17.71	18.07	11.14	14.79	12.93	13.93	21.5	15.07	18.71	21.5	18.57	15	13.5
necta	11.29	10.93	17.86	14.21	16.07	15.07	7.5	13.93	10.29	7.5	10.43	14	15.5
	J14	J15	J16										
peche	16.5	13.79	18.5										
necta	12.5	15.21	10.5										



9. Donner quelques éléments d'interprétation de ces deux figures.

Le tableau `jug$var` a 28 lignes (produits) et 15 variables semi-quantitatives. Il donne pour chacun des lots de pêches (moyenne de deux observations) :

- 1 - la quantité de taches liègeuses (0=absente - 5)
- 2 - la quantité de stries (1/aucune - 4)
- 3 - l'abondance du mucron (forme pointue à la base du fruit : 1/absent - 4/important)
- 4 - l'irrégularité de la forme (0/nulle - 3)
- 5 - l'allongement du fruit (1/fruit rond - 4)
- 6 - le pourcentage de surface rouge (minimum 40% - maximum 90%)
- 7 - l'homogénéité de coloration intra lot (1/forte - 4)
- 8 - l'homogénéité de coloration intra fruit (1/forte - 4)

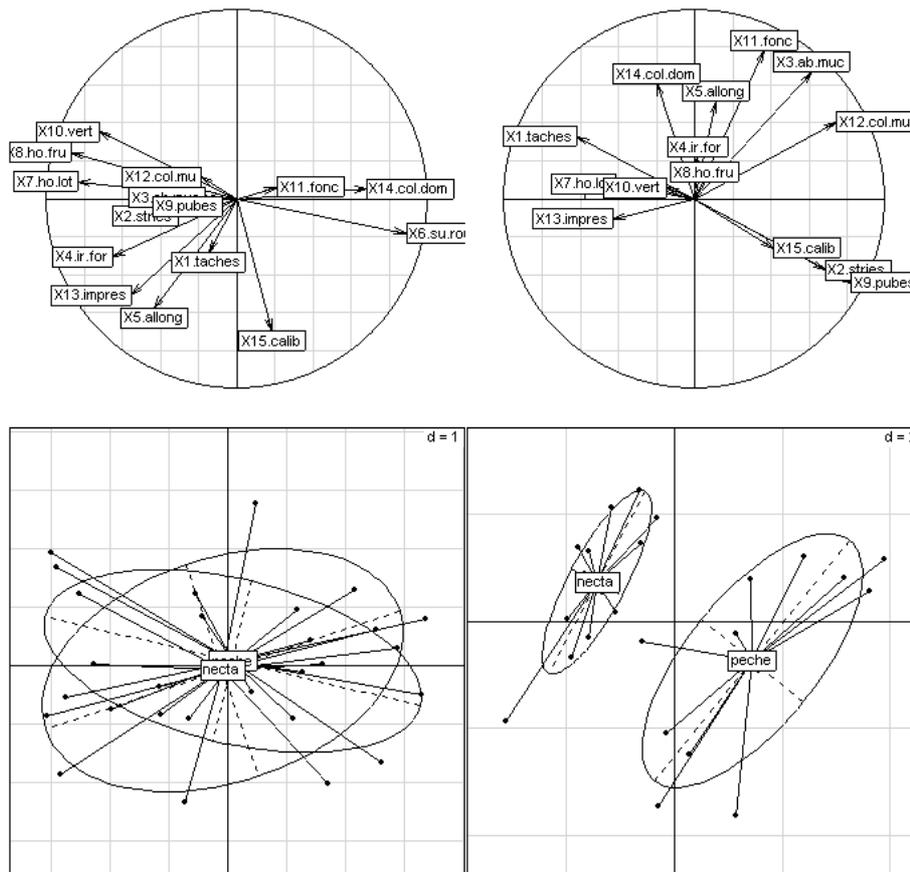
- 9 - la pubescence (0=nulle - 4)
- 10 - l'intensité du vert en zone rouge (1/nulle - 4)
- 11 - l'intensité des zones foncées (0/rose - 4)
- 12 - l'intensité de couleur du mucron (1=non contrasté - 4/foncé)
- 13 - le type d'impression (1/lavé - 4/pointillé)
- 14 - l'intensité de la couleur dominante (0/claire - 4)
- 15 - le calibre (1/<90g - 5/>200g)

Il est listé en annexe.

```
pca2=dudi.pca(fruits$var)
Select the number of axes: 4
pca2$eig
 [1] 4.39166 3.22864 2.43277 1.51050 0.99169 0.56112 0.49350 0.36022 0.32399
[10] 0.24837 0.16107 0.10573 0.08508 0.05654 0.04912
```

10. Peut-on dire que le plan 1-2 représente plus de 50 % de l'inertie totale ?

```
par(mfrow=c(2,2))
s.corcircle(pca2$co,1,4)
s.corcircle(pca2$co,2,3)
s.class(pca2$li,fruits$type,xax=1,yax=4)
s.class(pca2$li,fruits$type,xax=2,yax=3)
```



11. Caractériser la variabilité entre lots de fruits.

On note $\mathbf{X}_\bullet = \left[\frac{x_{ij} - \text{moy}(x^j)}{\text{ety}(x^j)} \right]$ le tableau centré et réduit associé au tableau \mathbf{X} . moy désigne la moyenne (pondération uniforme) et ety désigne l'écart-type (en $1/n$). x^j est la $j^{\text{ème}}$ variable de \mathbf{X} . \mathbf{X} est le tableau `jug` et \mathbf{Y} est le tableau `var`. \mathbf{Z}' est, en général, la transposée de la matrice \mathbf{Z} . On note :

$$\mathbf{A} = \frac{1}{n} \mathbf{X}'_\bullet \mathbf{X}_\bullet, \quad \mathbf{B} = \frac{1}{n} \mathbf{Y}'_\bullet \mathbf{Y}_\bullet, \quad \text{et } \mathbf{C} = \frac{1}{n} \mathbf{X}'_\bullet \mathbf{Y}_\bullet.$$

12. Quelles sont les dimensions et les significations des matrices \mathbf{A} , \mathbf{B} et \mathbf{C} ?

13. Quelle est la matrice diagonalisée dans l'analyse de co-inertie associée aux ACP normées de \mathbf{X} et \mathbf{Y} ?

On appelle `coi12` l'analyse de co-inertie des deux ACP.

14. Quel est l'ordre à utiliser pour obtenir cet objet ?

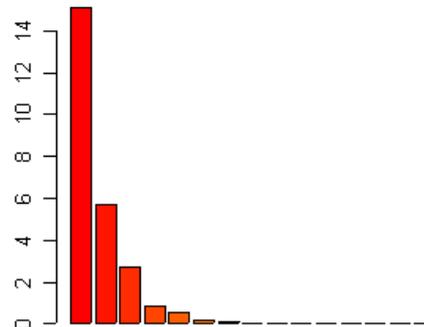
`summary(coi12)`

```
Eigenvalues decomposition:
      eig covar  sdX  sdY  corr
1 15.134 3.890 2.608 1.864 0.8002
2  5.704 2.388 1.551 1.776 0.8671
3  2.728 1.652 1.471 1.433 0.7832
```

```
Inertia & coinertia X:
      inertia  max  ratio
1      6.799  7.319 0.9290
12     9.204  9.931 0.9268
123   11.369 11.728 0.9694
```

```
Inertia & coinertia Y:
      inertia  max  ratio
1      3.476  4.392 0.7914
12     6.630  7.620 0.8701
123    8.685 10.053 0.8639
```

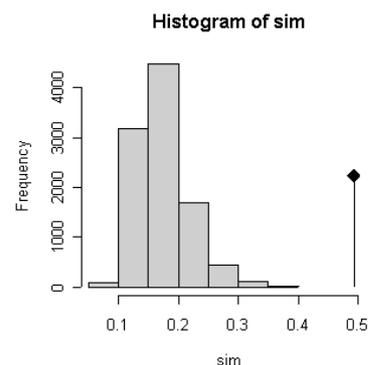
```
RV:
0.4927
```

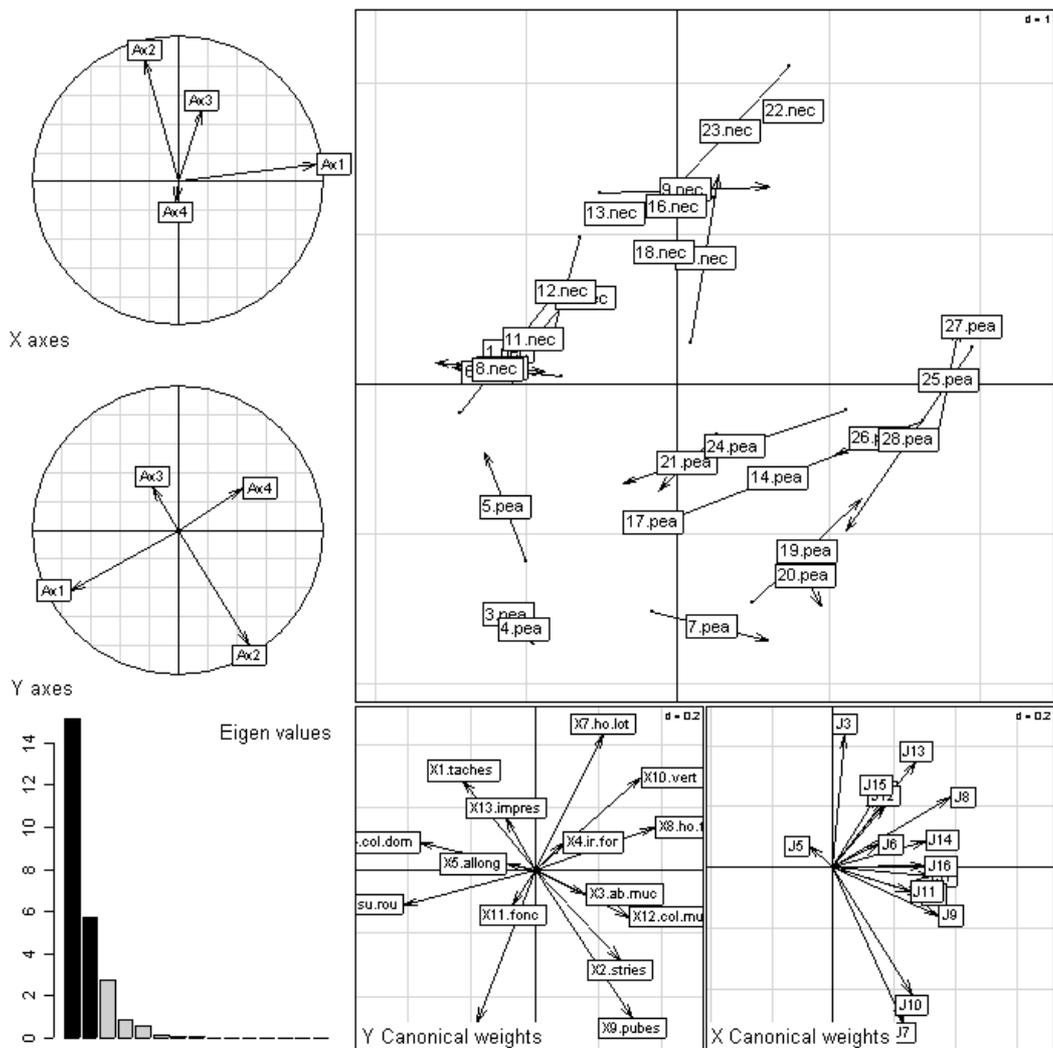


15. Quelles est la première valeur propre de l'ACP normée du tableau `fruits$jug` ?

`plot(randtest.coinertia(coi12, 9999))`

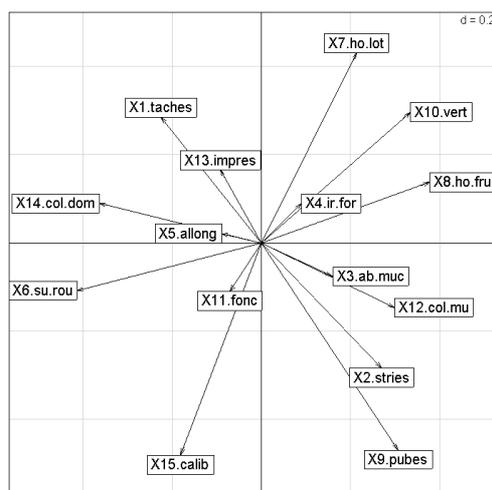
16. Donner une légende pour cette figure.





17. Comment obtient-on cette figure ?

On ajoute de la précision en bas (une étiquette est cachée) :



18. Quelle information a-t-on obtenue ?

19. Quels sont les critères qui conduisent à un avis majoritairement favorable des juges ?

20. Quels sont les critères qui conduisent à un avis majoritairement défavorable des juges ?

21. Commenter l'assertion "l'analyse canonique est strictement impossible sur ces données".

```
cancor(pca1$stab,pca2$stab)$scor # pour indication
[1] 1.00000 1.00000 1.00000 1.00000 0.98743 0.97840 0.94442 0.88106 0.80181
[10] 0.77787 0.64834 0.45981 0.30776 0.18586 0.09923
```

Les fondements de l'analyse de co-inertie, sont dans :

Tucker, L.R. . (1958) An inter-battery method of factor analysis. *Psychometrika* : 23, 2, 111-136.

Annexe 1

```
fruits$jug
  J1 J2 J3 J4 J5 J6 J7 J8 J9 J10 J11 J12 J13 J14 J15 J16
1.nec 10 5 8 3 1 18 5 17 3 4 1 2 5 3 1 1
2.nec 3 1 9 8 6 16 8 10 2 1 8 8 9 5 6 4
3.pea 5 11 5 2 8 8 18 3 4 15 14 4 7 1 3 13
4.pea 6 12 3 4 4 7 17 2 1 16 13 7 3 8 4 14
5.pea 4 2 4 14 17 10 16 1 5 19 21 13 6 2 5 15
6.nec 2 6 16 10 13 2 11 5 13 8 10 14 10 9 15 8
7.pea 17 9 1 5 9 24 23 19 23 18 6 3 8 14 7 5
8.nec 22 20 12 6 26 23 2 7 8 14 3 11 1 11 22 2
9.nec 7 7 14 16 23 17 6 21 9 2 2 16 20 13 11 17
10.nec 14 18 24 27 15 1 14 6 11 3 11 6 19 6 10 10
11.nec 1 8 20 15 28 15 13 11 10 11 7 22 15 7 8 11
12.nec 9 3 25 12 11 13 7 12 14 7 9 17 16 10 14 9
13.nec 12 10 19 13 25 22 4 18 6 5 17 15 11 12 18 3
14.pea 11 14 7 7 3 21 15 23 17 17 12 10 4 4 9 24
15.nec 24 22 13 1 2 28 1 16 7 13 15 1 27 16 2 20
16.nec 15 4 21 19 18 3 9 8 12 10 16 19 21 20 26 7
17.pea 20 17 10 17 21 9 20 9 20 22 4 12 2 17 20 18
18.nec 13 15 15 23 27 14 12 13 16 9 5 23 14 15 25 12
19.pea 19 19 2 9 19 6 28 14 21 21 18 9 12 22 21 19
20.pea 23 27 6 11 24 25 19 20 25 25 23 5 17 19 12 6
21.pea 16 16 17 22 16 5 21 4 19 20 19 20 13 18 23 16
22.nec 18 21 26 18 10 20 3 27 15 12 22 18 25 21 27 21
23.nec 8 13 28 28 20 19 10 24 18 6 20 24 24 27 28 22
24.pea 21 24 23 20 14 4 22 15 22 23 25 21 18 28 16 25
25.pea 28 25 11 26 7 11 24 26 24 26 26 27 22 25 17 27
26.pea 27 23 18 21 22 27 27 22 28 24 28 25 23 23 13 23
27.pea 26 28 27 24 5 12 25 28 27 28 24 28 28 24 19 28
28.pea 25 26 22 25 12 26 26 25 26 27 27 26 26 26 24 26
```

```
fruits$type
[1] necta necta peche peche peche necta peche necta necta necta necta necta
[13] necta peche necta necta peche necta peche peche peche necta necta peche
[25] peche peche peche peche
Levels: peche necta
```

```
fruits$var
  1_taches 2_stries 3_ab_muc 4_ir_for 5_allong 6_su_rou 7_ho_lot 8_ho_fru
1.nec      3.0      1.0      1.5      2.0      2.5      7.0      2.5      2.0
2.nec      2.5      0.5      2.0      2.0      1.5      8.5      2.0      2.0
3.pea      0.0      1.5      1.0      1.5      2.0      9.0      1.0      1.0
4.pea      0.0      2.5      1.0      1.0      1.0      9.0      1.0      1.0
5.pea      0.0      0.5      1.0      1.0      1.0      9.0      1.5      1.0
6.nec      1.5      0.0      1.0      1.5      2.0      9.0      1.0      1.0
7.pea      0.0      3.0      3.0      1.5      2.0      6.0      1.0      2.0
8.nec      4.0      0.0      1.0      2.5      2.5      9.0      2.0      1.0
9.nec      1.0      1.0      1.5      3.0      3.0      6.5      4.0      3.0
10.nec     1.0      1.5      0.5      1.5      1.0      7.5      2.5      2.0
```

11.nec	0.0	0.0	2.0	1.5	2.0	8.5	2.0	1.0
12.nec	2.0	1.5	1.0	1.0	1.0	8.0	2.0	1.5
13.nec	3.0	1.0	1.5	4.0	2.5	7.0	3.0	2.0
14.pea	0.0	3.0	1.0	3.5	2.5	4.0	2.5	3.0
15.nec	4.0	1.0	1.5	2.0	2.0	6.0	3.0	4.0
16.nec	2.0	2.5	1.5	3.0	2.5	6.0	4.0	2.0
17.pea	0.0	1.0	0.0	2.0	1.5	9.0	1.5	1.5
18.nec	0.0	0.5	2.0	4.0	3.0	7.0	3.0	3.0
19.pea	0.0	4.0	0.5	3.0	1.5	5.5	3.0	2.5
20.pea	0.0	3.5	3.5	1.5	3.0	6.5	2.0	2.0
21.pea	0.0	3.0	0.5	1.0	1.0	8.5	1.5	1.5
22.nec	3.5	1.0	0.0	1.0	1.0	4.5	3.5	3.0
23.nec	0.0	0.0	1.0	1.0	1.0	7.5	3.0	1.5
24.pea	0.0	1.0	0.5	1.5	1.0	7.5	2.0	2.0
25.pea	0.0	0.5	2.5	3.0	1.5	4.5	3.0	4.0
26.pea	0.0	2.5	3.0	1.5	2.0	7.0	2.5	2.5
27.pea	0.0	3.0	1.0	3.0	2.0	5.0	3.0	4.0
28.pea	0.5	3.5	3.0	2.5	1.5	5.5	2.0	2.0

	9_pubes	10_vert	11_fonc	12_col_mu	13_impres	14_col_dom	15_calib
1.nec	0.0	1.0	4.0	1.0	4.0	3.0	4
2.nec	0.0	0.0	4.0	3.0	1.5	4.0	3
3.pea	2.5	0.0	4.0	1.0	2.0	3.5	5
4.pea	2.0	0.0	4.0	2.0	1.5	4.0	5
5.pea	0.5	0.0	3.5	1.0	1.0	4.0	3
6.nec	0.0	0.5	3.5	1.0	1.0	4.0	2
7.pea	2.0	1.0	4.0	4.0	1.5	3.0	5
8.nec	0.0	0.0	4.0	3.0	2.0	4.0	4
9.nec	0.0	2.5	3.0	2.0	3.0	2.5	3
10.nec	0.0	0.5	3.5	1.0	2.0	4.0	2
11.nec	0.0	0.0	4.0	1.0	1.0	4.0	2
12.nec	0.0	0.5	3.5	1.5	1.0	4.0	2
13.nec	0.0	1.0	3.0	2.0	2.0	3.5	2
14.pea	3.0	1.5	3.5	2.0	2.5	2.5	3
15.nec	0.0	4.0	4.0	1.0	2.5	3.5	4
16.nec	0.0	1.5	2.5	1.0	4.0	2.5	3
17.pea	2.5	0.5	2.0	1.0	2.0	2.0	4
18.nec	0.0	1.0	4.0	1.5	2.0	4.0	2
19.pea	2.0	1.0	2.5	1.0	1.5	1.0	5
20.pea	2.5	2.0	4.0	4.0	1.5	3.0	5
21.pea	1.5	1.0	2.5	2.0	2.0	3.0	3
22.nec	0.0	3.0	2.5	1.0	3.0	2.0	2
23.nec	0.0	3.5	3.5	1.0	1.5	3.5	1
24.pea	2.0	0.0	3.0	1.0	2.0	3.0	4
25.pea	2.0	2.0	4.0	3.5	2.0	2.0	2
26.pea	2.0	1.5	4.0	4.0	1.5	3.0	2
27.pea	2.0	2.5	3.5	3.0	1.5	2.5	1
28.pea	2.0	1.0	4.0	4.0	1.0	3.0	3

DEA A.M.S.B. Analyse des données - 2002/2003

Nom :

Prénom:

Merci de limiter votre réponse au cadre imparti et donc de choisir vos arguments.

1. Quel est le résultat attendu de `apply(fruits$jug, 2, sum)`
2. Quel est la première valeur manquante ci-dessous ?
3. Les lignes de `fruits$jug` sont-elles rangées au hasard ?
4. Que vous suggère le graphique ci-contre ?
5. Existe t'il deux juges qui ont fait le même classement ? Existe t'il deux juges qui ont fait un classement strictement inverse l'un de l'autre ?
6. Quelle est votre décision ?

7. Quel est le principe de construction de ces deux figures et à quoi servent-elles ?

8. Interpréter le premier facteur de cette ACP.

9. Donner quelques éléments d'interprétation de ces deux figures.

10. Peut-on dire que le plan 1-2 représente plus de 50 % de l'inertie totale ?

11. Caractériser la variabilité entre lots de fruits.

- 12.** Quelles sont les dimensions et les significations des matrices **A**, **B** et **C** ?
- 13.** Quelle est la matrice diagonalisée dans l'analyse de co-inertie associée aux ACP normées de **X** et **Y** ?
- 14.** Quel est l'ordre à utiliser pour obtenir cet objet ?
- 15.** Quelles est la première valeur propre de l'ACP normée du tableau `fruits$jug` ?
- 16.** Donner une légende pour cette figure.
- 17.** Comment obtient-on cette figure ?
- 18.** Quelle information a-t-on obtenue ?

19. Quels sont les critères qui conduisent à un avis majoritairement favorable des juges ?

20. Quels sont les critères qui conduisent à un avis majoritairement défavorable des juges ?

21. Commenter l'assertion "l'analyse canonique est strictement impossible sur ces données".

DEA Analyse et Modélisation des Systèmes Biologiques

Analyse des données - 2002/2003 / Solution

1. Quel est le résultat attendu de `apply(fruits$jug, 2, sum)`

Réponse : J1 J2 J3 J4 J5 J6 J7 J8 J9 J10 J11 J12 J13 J14 J15 J16
406 406 406 406 406 406 406 406 406 406 406 406 406 406 406 406
Chaque juge utilise 1, 2, . . . , 28 soit une somme de $28 \times 29 / 2 = 14 \times 29 = 406$

2. Quel est la première valeur manquante ci-dessous ?

Réponse : 87, la somme des éléments de la ligne 1.nec ci-dessus.

3. Les lignes de `fruits$jug` sont-elles rangées au hasard ?

Réponse : NON, les lignes apparaissent par ordre croissant de la somme des rangs obtenus donc du plus apprécié globalement (rang faible) au moins apprécié globalement (rang fort).

4. Que vous suggère le graphique ci-contre ?

Réponse : Ce dessin représente chacun des lots de fruits en fonction de sa valeur aux jeux des juges. On peut se demander si un des lots n'est pas mieux apprécié que l'autre. On pourrait, pour répondre, faire :

```
y = apply(fruits$jug, 1, sum)
anova(lm(y ~ fruits$type)) # p-value = 0.07
wilcox.test(y ~ fruits$type) # p-value = 0.09
```

5. Existe-t'il deux juges qui ont fait le même classement ? Existe-t'il deux juges...

Réponse : NON car dans le premier cas on aurait trouvé une corrélation parfaite donc un maximum de 1 (et non 0.855) et dans le second cas on aurait trouvé une corrélation négative parfaite soit un minimum de -1 (et non de -0.2053).

6. Quelle est votre décision ?

Le choix est souvent difficile. On note la présence d'un axe 1 très important qu'il faudra dépouiller seul, puis un résidu inorganisé à partie de l'axe 5. On a trois valeurs propres entre 1.5 et 3 qu'on peut garder mais qui ont peut-être un intérêt limité. Par défaut, on peut répondre 4.

7. Quel est le principe de construction de ces deux figures et à quoi servent-elles ?

Réponse : En abscisse, à gauche, on a partout la première coordonnée. En ordonnée la note fournie par chacun des juges. Ce graphe, dit graphe canonique, exprime que la première coordonnée est un score qui maximise la somme des carrés des corrélations avec les variables. Ces corrélations sont les coordonnées factorielle des variables (à droite). L'axe 1 exprime la corrélation de tous les rangements (effet taille ou compromis). Les juges 9 ou 14 reproduisent pratiquement ce compromis. Les juges 5 et 6 en sont très éloignés. Mais globalement il y a une opinion majoritaire.

8. Interpréter le premier facteur de cette ACP.

Réponse : Il s'agit simplement du rang moyen attribué par l'ensemble des juges à chacun des produits. Ce rang moyen (ou somme) est un score de synthèse (1) de l'expérience. La première composante principale (2) est un score de synthèse maximisant une somme de carrés de corrélation. La première coordonnée (3) est une combinaison linéaire des rangs de variance maximale. Tous ces aspects sont mathématiquement identiques (2 et 3) ou expérimentalement identique (1 et 2 ou 1 et 3). La toute petite différence vient de l'élimination dans le score de synthèse des opinions des juges 5 et 6 peu cohérents avec les autres. Il y a 28 juges, on a éliminé 2 d'entre eux et cela change très peu de choses.

9. Donner quelques éléments d'interprétation de ces deux figures.

Réponse : A gauche le plan 2-3 des projections des variables, à droite le plan 2-3 des individus. Les deux sont reliés. L'axe 1 permet de ranger les lots suivant leur valeur consensuelle mais le plan 2-3 qui est orthogonal à cet axe sépare bien les deux variétés. Les juges 7 et 10 orientés franchement vers le groupe des pêches préfèrent donc clairement les nectarines (rang élevé = mauvaise appréciation). On retrouve dans les résultats numériques un rang moyen des nectarines de 7.5 pour les deux juges. Ce sont deux valeurs extrêmes. A l'inverse, J3 a une position plutôt opposée avec 11.14 pour les pêches. Les écarts au jugement global sont donc multifformes.

10. Peut-on dire que le plan 1-2 représente plus de 50 % de l'inertie totale ?

Réponse : 15 variables donnent une inertie totale de 15, 4.39+3.22 dépasse 7.5, la réponse est OUI.

11. Caractériser la variabilité entre lots de fruits.

Réponse : c'est une question complexe. 4 axes prennent en charge 77% de la variabilité. On a trois directions intra-types et une direction inter-types marquée. L'inter-type est la bissectrice du plan 2-4 et se lit tâches chez les nectarines, pubescence et stries chez les pêches. Les axes qui traversent à l'identique les deux ensembles sont **la coloration** (f1, l'homogénéité croît avec la diminution du vert), **le calibre** (f2, un peu lié à la forme du fruit) et **le mucron** (taille et coloration, corrélation peut-être artefactuelle par les 0,0).

12. Quelles sont les dimensions et les significations des matrices **A**, **B** et **C** ?

Réponse : **A** est la matrice 16X16 des corrélations entre les rangements. **B** est la matrice 15X15 des corrélations entre les variables mesurées. **C** est la matrice 16X15 des corrélations entre les deux groupes de variables.

13. Quelle est la matrice diagonalisée dans l'analyse de co-inertie associée aux ACP normées de **X** et **Y** ?

Réponse : l'analyse de co-inertie traite le tableau croisé et diagonalise la plus petite des deux matrices carrées **CC'** et **C'C**. Ici c'est la seconde qui est 15X15.

14. Quel est l'ordre à utiliser pour obtenir cet objet ?

Réponse : `coi12 = coinertia(pca1, pca2)`

15. Quelles est la première valeur propre de l'ACP normée du tableau `fruits$jug` ?

Réponse : l'inertie maximum qu'on peut projeter sur un axe soit `max=7.319`.

16. Donner une légende pour cette figure.

Réponse : 9999 appariements aléatoires des deux tableaux sont effectués et pour chaque permutation des lignes de l'une d'entre eux, le coefficient RV est calculé. Pour l'appariement réalisé il vaut 0.4927 (point) : les 9999 simulations ont donné pour la même quantité l'histogramme en gris. La comparaison de la position de la vraie valeur et de l'ensemble des simulations donne un test significatif au seuil de 1 pour 10000 et en fait une observation complètement par rapport à l'hypothèse nulle d'absence de lien entre les deux typologies.

17. Comment obtient-on cette figure ?

Réponse : `plot(coi12)` ou `plot.coinertia(coi12)`

18. Quelle information a-t-on obtenue ?

Réponse : Le plan de co-inertie de l'analyse `pca1` est à peu près celui du plan d'inertie. Il a fallu faire tourner le plan d'inertie de l'analyse `pca2` (de 30 ° environ) après une symétrie pour obtenir le plan de co-inertie. Les deux analyses simples sont donc directement appariées moyennant une rotation. Le plan de co-inertie du tableau `var` est cependant incliné pour prendre en compte un peu d'information

supplémentaire. On reconnaît le *preferendum* collectif vers la gauche et le bas, compromis entre la coloration et le calibre des fruits. La bascule a pris en compte la tendance à une préférence légère pour les nectarines. On retrouve la position originale de J7 et J10 opposés à J3. On n'a pas épuisé la description du lien entre les deux tableaux.

19. Quels sont les critères qui conduisent à un avis majoritairement favorable des juges ?

Réponse : Sont corrélées positivement au compromis entre juges les variables opposées au faisceau des juges, donc d'abord la coloration rouge intense puis les taches liègeuses (qui exprime pour partie la préférence pour les nectarines) et le calibre. Cette inversion vient du fait que les rangs augmentent quand la préférence diminue.

20. Quels sont les critères qui conduisent à un avis majoritairement défavorable des juges ?

Réponse : Sont corrélées négativement au compromis entre juges les variables du côté du faisceau des juges, donc deux types de variables. Le premier regroupe celles qui caractérisent les pêches identifiées dans l'analyse simple (pubescence, stries) et en haut le second porte sur l'homogénéité et le vert qui sont liés. Les juges ont utilisé des critères inter et intra classes simultanément.

21. Commenter l'assertion "l'analyse canonique est strictement impossible sur ces données".

```
cancor(pca1$tab,pca2$tab)$cor # pour indication
[1] 1.00000 1.00000 1.00000 1.00000 0.98743 0.97840 0.94442 0.88106 0.80181
[10] 0.77787 0.64834 0.45981 0.30776 0.18586 0.09923
```

Réponse : Les sous-espaces engendrés par les deux paquets de variables sont de dimensions 15 et 16 dans \mathbb{R}^{28} . Ils ont une intersection non nulle et l'analyse canonique est impossible. C'est pourquoi on retrouve 4 corrélations canoniques égales à 1.