

DEA Analyse et Modélisation des Systèmes Biologiques
Analyse des données - 2000/2001

Couplage jugements-mesures (avec solution)

D. Chessel & J. Thioulouse

1. Questions

Le tableau "juges" a 28 lignes (produits) et 16 colonnes (juges). Chacun des juges a exprimé son opinion sur 28 lots de pêches en attribuant à chacun des lots un rang qui va de 1 (le plus apprécié) à 28 (le moins apprécié).

```
> juges
  V1 V2 V3 V4 V5 V6 V7 V8 V9 V10 V11 V12 V13 V14 V15 V16
1  10  5  8  3  1 18  5 17  3  4  1  2  5  3  1  1
2  3  1  9  8  6 16  8 10  2  1  8  8  9  5  6  4
3  5 11  5  2  8  8 18  3  4 15 14  4  7  1  3 13
4  6 12  3  4  4  7 17  2  1 16 13  7  3  8  4 14
5  4  2  4 14 17 10 16  1  5 19 21 13  6  2  5 15
6  2  6 16 10 13  2 11  5 13  8 10 14 10  9 15  8
7 17  9  1  5  9 24 23 19 23 18  6  3  8 14  7  5
8 22 20 12  6 26 23  2  7  8 14  3 11  1 11 22  2
9  7  7 14 16 23 17  6 21  9  2  2 16 20 13 11 17
10 14 18 24 27 15  1 14  6 11  3 11  6 19  6 10 10
11  1  8 20 15 28 15 13 11 10 11  7 22 15  7  8 11
12  9  3 25 12 11 13  7 12 14  7  9 17 16 10 14  9
13 12 10 19 13 25 22  4 18  6  5 17 15 11 12 18  3
14 11 14  7  7  3 21 15 23 17 17 12 10  4  4  9 24
15 24 22 13  1  2 28  1 16  7 13 15  1 27 16  2 20
16 15  4 21 19 18  3  9  8 12 10 16 19 21 20 26  7
17 20 17 10 17 21  9 20  9 20 22  4 12  2 17 20 18
18 13 15 15 23 27 14 12 13 16  9  5 23 14 15 25 12
19 19 19  2  9 19  6 28 14 21 21 18  9 12 22 21 19
20 23 27  6 11 24 25 19 20 25 25 23  5 17 19 12  6
21 16 16 17 22 16  5 21  4 19 20 19 20 13 18 23 16
22 18 21 26 18 10 20  3 27 15 12 22 18 25 21 27 21
23  8 13 28 28 20 19 10 24 18  6 20 24 24 27 28 22
24 21 24 23 20 14  4 22 15 22 23 25 21 18 28 16 25
25 28 25 11 26  7 11 24 26 24 26 26 27 22 25 17 27
26 27 23 18 21 22 27 27 22 28 24 28 25 23 23 13 23
27 26 28 27 24  5 12 25 28 27 28 24 28 28 24 19 28
28 25 26 22 25 12 26 26 25 26 27 27 26 26 26 24 26

> apply(juges, 2, sum)
  V1  V2  V3  V4  V5  V6  V7  V8  V9 V10 V11 V12 V13 V14 V15 V16
406 406 406 406 406 406 406 406 406 406 406 406 406 406 406 406

> apply(juges, 1, sum)
  1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21
87 104 121 121 154 152 191 190 201 195 202 188 210 198 208 228 238 251 259 287 265
 22 23 24 25 26 27 28
304 319 321 352 374 381 395
```

1.1. Quel sont les numéros des deux lots les mieux notés par l'ensemble du jury ? Quel sont les numéros des deux lots les plus mal notés par l'ensemble du jury ?

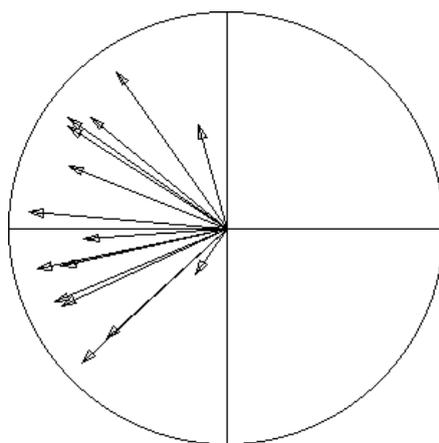
La matrice de corrélation du tableau "juges" est :

```
[ 1] 1000
[ 2] 855 1000
[ 3] 146 205 1000
[ 4] 315 367 685 1000
[ 5] -18 19 177 344 1000
[ 6] 320 241 -51 -201 33 1000
[ 7] 407 459 -187 325 -25 -199 1000
[ 8] 526 504 324 333 -120 590 132 1000
[ 9] 706 676 255 557 150 146 699 587 1000
[10] 684 702 -154 193 -67 77 793 255 709 1000
[11] 516 591 292 468 -77 56 520 385 552 639 1000
[12] 259 290 659 807 316 -61 293 401 531 297 485 1000
[13] 456 473 681 602 -7 183 92 604 472 153 591 545 1000
[14] 720 677 450 610 179 121 408 588 772 523 634 620 677 1000
[15] 368 343 553 658 453 -83 87 287 504 169 303 660 361 691 1000
[16] 454 602 284 495 -205 2 512 498 569 591 633 555 537 596 271 1000
```

1.2. Existe t'il deux juges qui ont fait le même classement ? Existe t'il deux juges qui ont fait un classement très différent l'un de l'autre ?

```
> round(cor(juges),digits=2)
      V1  V2  V3  V4  V5  V6  V7  V8  V9  V10  V11  V12  V13  V14  V15  V16
V1  1.00 0.85 0.15 0.32 -0.02 0.32 0.41 0.53 0.71 0.68 0.52 0.26 0.46 0.72 0.37 0.45
V2  0.85 1.00 0.21 0.37 0.02 0.24 0.46 0.50 0.68 0.70 0.59 0.29 0.47 0.68 0.34 0.60
...
V14 0.72 0.68 0.45 0.61 0.18 0.12 0.41 0.59 0.77 0.52 0.63 0.62 0.68 1.00 0.69 0.60
V15 0.37 0.34 0.55 0.66 0.45 -0.08 0.09 0.29 0.50 0.17 0.30 0.66 0.36 0.69 1.00 0.27
V16 0.45 0.60 0.28 0.49 -0.21 0.00 0.51 0.50 0.57 0.59 0.63 0.56 0.54 0.60 0.27 1.00
> apply(round(cor(juges),digits=2),1,sum)
      V1  V2  V3  V4  V5  V6  V7  V8  V9  V10  V11  V12  V13  V14  V15  V16
7.73 8.00 5.31 7.55 2.14 2.18 5.31 6.90 8.89 6.56 7.58 7.67 7.41 9.27 6.62 7.38
```

1.3. Existe t'il des juges qui ont fait un classement sensiblement différent des autres ?



1.4. La figure F1 est le cercle de corrélation de l'ACP normée du tableau juges. Commenter.

Le tableau "var" a 28 lignes (produits) et 15 variables semi-quantitatives. Il donne pour chacun des lots de pêches (moyenne de deux observations) :

1 - la quantité de taches liègeuses (0=absente - 5)

- 2 - la quantité de stries (1/aucune - 4)
- 3 - l'abondance du mucron (forme pointue à la base du fruit : 1/absent - 4/important)
- 4 - l'irrégularité de la forme (0/nulle - 3)
- 5 - l'allongement du fruit (1/fruit rond - 4)
- 6 - le pourcentage de surface rouge (minimum 40% - maximum 90%)
- 7 - l'homogénéité de coloration intra lot (1/forte - 4)
- 8 - l'homogénéité de coloration intra fruit (1/forte - 4)
- 9 - la pubescence (0=nulle - 4)
- 10 - l'intensité du vert en zone rouge (1/nulle - 4)
- 11 - l'intensité des zones foncées (0/rose - 4)
- 12 - l'intensité de couleur du mucron (1=non contrasté - 4/foncé)
- 13 - le type d'impression (1/lavé - 4/pointillé)
- 14 - l'intensité de la couleur dominante (0/claire - 4)
- 15 - le calibre (1/<90g - 5/>200g)

```
> var
  V1  V2  V3  V4  V5  V6  V7  V8  V9  V10  V11  V12  V13  V14  V15
1  3.0  1.0  1.5  2.0  2.5  7.0  2.5  2.0  0.0  1.0  4.0  1.0  4.0  3.0   4
2  2.5  0.5  2.0  2.0  1.5  8.5  2.0  2.0  0.0  0.0  4.0  3.0  1.5  4.0   3
3  0.0  1.5  1.0  1.5  2.0  9.0  1.0  1.0  2.5  0.0  4.0  1.0  2.0  3.5   5
4  0.0  2.5  1.0  1.0  1.0  9.0  1.0  1.0  2.0  0.0  4.0  2.0  1.5  4.0   5
5  0.0  0.5  1.0  1.0  1.0  9.0  1.5  1.0  0.5  0.0  3.5  1.0  1.0  4.0   3
6  1.5  0.0  1.0  1.5  2.0  9.0  1.0  1.0  0.0  0.5  3.5  1.0  1.0  4.0   2
7  0.0  3.0  3.0  1.5  2.0  6.0  1.0  2.0  2.0  1.0  4.0  4.0  1.5  3.0   5
8  4.0  0.0  1.0  2.0  2.5  9.0  2.0  1.0  0.0  0.0  4.0  3.0  2.0  4.0   4
9  1.0  1.0  1.5  3.0  3.0  6.5  4.0  3.0  0.0  2.5  3.0  2.0  3.0  2.5   3
10 1.0  1.5  0.5  1.5  1.0  7.5  2.5  2.0  0.0  0.5  3.5  1.0  2.0  4.0   2
11 0.0  0.0  2.0  1.5  2.0  8.5  2.0  1.0  0.0  0.0  4.0  1.0  1.0  4.0   2
12 2.0  1.5  1.0  1.0  1.0  8.0  2.0  1.5  0.0  0.5  3.5  1.5  1.0  4.0   2
13 3.0  1.0  1.5  4.0  2.5  7.0  3.0  2.0  0.0  1.0  3.0  2.0  2.0  3.5   2
14 0.0  3.0  1.0  3.5  2.5  4.0  2.5  3.0  3.0  1.5  3.5  2.0  2.5  2.5   3
15 4.0  1.0  1.5  2.0  2.0  6.0  3.0  4.0  0.0  4.0  4.0  1.0  2.5  3.5   4
16 2.0  2.5  1.5  3.0  2.5  6.0  4.0  2.0  0.0  1.5  2.5  1.0  4.0  2.5   3
17 0.0  1.0  0.0  2.0  1.5  9.0  1.5  1.5  2.5  0.5  2.0  1.0  2.0  2.0   4
18 0.0  0.5  2.0  4.0  3.0  7.0  3.0  3.0  0.0  1.0  4.0  1.5  2.0  4.0   2
19 0.0  4.0  0.5  3.0  1.5  5.5  3.0  2.5  2.0  1.0  2.5  1.0  1.5  1.0   5
20 0.0  3.5  3.5  1.5  3.0  6.5  2.0  2.0  2.5  2.0  4.0  4.0  1.5  3.0   5
21 0.0  3.0  0.5  1.0  1.0  8.5  1.5  1.5  1.5  1.0  2.5  2.0  2.0  3.0   3
22 3.5  1.0  0.0  1.0  1.0  4.5  3.5  3.0  0.0  3.0  2.5  1.0  3.0  2.0   2
23 0.0  0.0  1.0  1.0  1.0  7.5  3.0  1.5  0.0  3.5  3.5  1.0  1.5  3.5   1
24 0.0  1.0  0.5  1.5  1.0  7.5  2.0  2.0  2.0  0.0  3.0  1.0  2.0  3.0   4
25 0.0  0.5  2.5  3.0  1.5  4.5  3.0  4.0  2.0  2.0  4.0  3.5  2.0  2.0   2
26 0.0  2.5  3.0  1.5  2.0  7.0  2.5  2.5  2.0  1.5  4.0  4.0  1.5  3.0   2
27 0.0  3.0  1.0  3.0  2.0  5.0  3.0  4.0  2.0  2.5  3.5  3.0  1.5  2.5   1
28 0.5  3.5  3.0  2.5  1.5  5.5  2.0  2.0  2.0  1.0  4.0  4.0  1.0  3.0   3
```

La matrice de corrélation de ce tableau est :

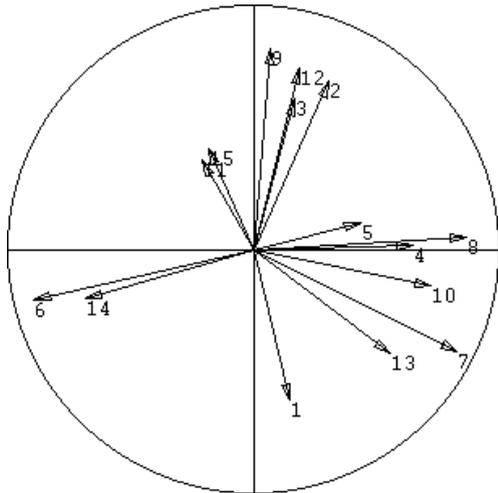
```
[ 1] 1000
[ 2] -365 1000
[ 3] -157 226 1000
[ 4] 85 93 156 1000
[ 5] 155 38 458 638 1000
[ 6] -13 -441 -233 -478 -213 1000
[ 7] 299 -31 -21 539 305 -629 1000
[ 8] 86 188 163 516 236 -818 662 1000
[ 9] -655 650 155 17 -57 -236 -364 106 1000
[10] 184 85 97 132 153 -640 650 697 -100 1000
[11] 0 -133 648 -63 234 69 -285 3 -13 -90 1000
[12] -163 415 756 142 238 -286 -114 226 413 59 450 1000
[13] 437 -32 -197 301 365 -336 570 322 -217 325 -303 -290 1000
[14] 181 -479 118 -306 -36 656 -429 -506 -470 -391 567 -73 -357 1000
[15] -42 371 70 -130 124 159 -419 -248 441 -289 50 68 117 -159 1000
```

En information supplémentaire, on possède une indicatrice de la variété

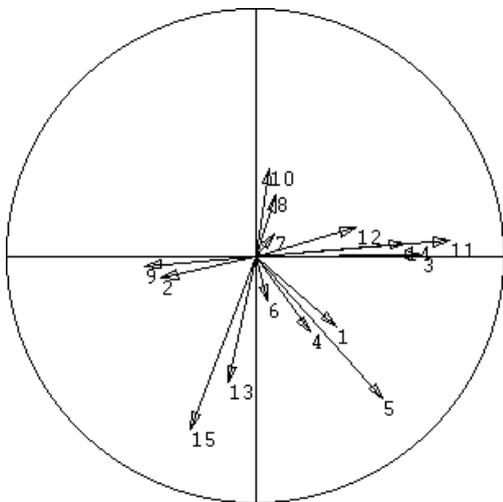
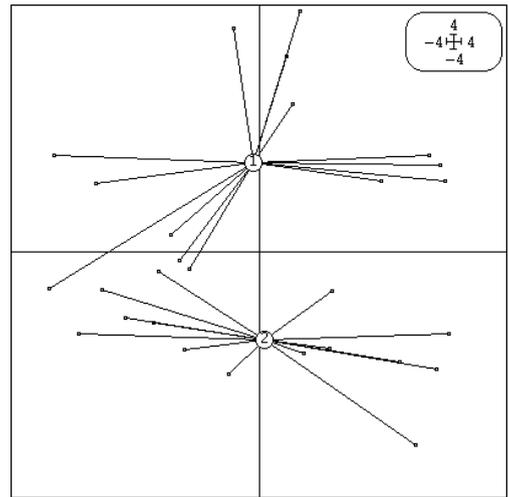
1 = pêches, 2 = nectarines

```
> cla
[1] 2 2 1 1 1 2 1 2 2 2 2 2 2 1 2 2 1 2 1 1 1 2 2 1 1 1 1 1
Levels: 1 2
```

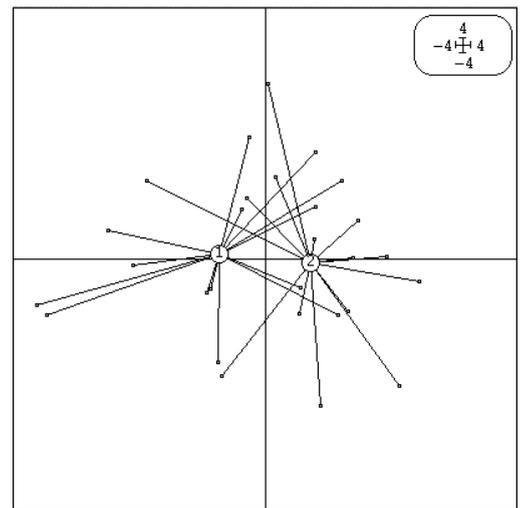
Le plan 1-2 des coordonnées des variables de l'ACP normée du tableau "var" est placé en face du plan 1-2 des coordonnées des individus (avec indication des deux variétés). Le plan 3-4 des coordonnées des variables est placé en face du plan 3-4 des coordonnées des individus (avec indication des deux variétés) :



F2 Plan 1-2



F3 Plans 3-4



1.5. Caractériser la variabilité entre lots de fruits.

```
> princomp(var,cor=T)$sdev^2
Comp.1 Comp.2 Comp.3 Comp.4 Comp.5 Comp.6 Comp.7 Comp.8 Comp.9 Comp.10
4.39166 3.22864 2.43277 1.51050 0.99169 0.56112 0.49350 0.36022 0.32399 0.24837
Comp.11 Comp.12 Comp.13 Comp.14 Comp.15
0.16107 0.10573 0.08508 0.05654 0.04912
```

La première valeur propre de cette ACP normée vaut 4.3917 et la seconde est égale à 3.2286.

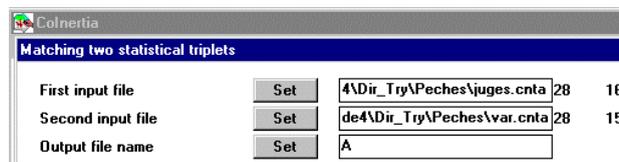
1.6. Peut-on dire que le plan 1-2 représente plus de 50 % de l'inertie totale ?

On note $\mathbf{X}_\bullet = \left[\frac{x_{ij} - \text{moy}(x^j)}{\text{ety}(x^j)} \right]$ le tableau centré et réduit associé au tableau \mathbf{X} . moy désigne

la moyenne (pondération uniforme) et ety désigne l'écart-type (en $1/n$). x^j est la $j^{\text{ème}}$ variable de \mathbf{X} . Si \mathbf{X} est le tableau juges et \mathbf{Y} est le tableau var. \mathbf{Z}' est, en général, la transposée de la matrice \mathbf{Z} . On note :

$$\mathbf{A} = \frac{1}{n} \mathbf{X}'\mathbf{X}, \mathbf{B} = \frac{1}{n} \mathbf{Y}'\mathbf{Y} \text{ et } \mathbf{C} = \frac{1}{n} \mathbf{X}'\mathbf{Y}$$

- 1.7. Quelles sont les dimensions et les significations des matrices \mathbf{A} , \mathbf{B} et \mathbf{C} ?
- 1.8. Quelle est la matrice diagonalisée dans l'analyse de co-inertie associée aux ACP normées de \mathbf{X} et \mathbf{Y} ?



```
First input statistical triplet: table D:\Ade4\Dir_Try\Peches\var.cnta
Number of rows: 28, columns: 15
Second input statistical triplet: table D:\Ade4\Dir_Try\Peches\juges.cnta
Number of rows: 28, columns: 16
```

```
File A.iita contains the cross table YtDnX
It has 16 rows and 15 columns
```

```
File A.iipl contains the weight of each row
It has 16 rows and 1 column
```

```
File A.iipc contains the weight of each column
It has 15 rows and 1 column
```

```
File A.iima contains the name of the input statistical triplets
1 ---> D:\Ade4\Dir_Try\Peches\var.cnta
2 ---> D:\Ade4\Dir_Try\Peches\juges.cnta
```

```
total inertia: 25.353916
```



- 1.9. Quelle est la chaîne de caractères qui a été occultée ?

```
DiagoRC: General program for two diagonal inner product analysis
```

```
Input file: D:\Ade4\Dir_Try\Peches\A.iita
```

```
--- Number of rows: 16, columns: 15
```

```
-----
Total inertia: 25.3539
-----
```

Num.	Eigenval.	R.Iner.	R.Sum	Num.	Eigenval.	R.Iner.	R.Sum
01	+1.5134E+01	+0.5969	+0.5969	02	+5.7037E+00	+0.2250	+0.8219
03	+2.7282E+00	+0.1076	+0.9295	04	+8.5681E-01	+0.0338	+0.9633
05	+5.6478E-01	+0.0223	+0.9855	06	+1.5440E-01	+0.0061	+0.9916
07	+9.4830E-02	+0.0037	+0.9954	08	+5.1620E-02	+0.0020	+0.9974
09	+3.0310E-02	+0.0012	+0.9986	10	+1.7815E-02	+0.0007	+0.9993

```
11 +1.0006E-02 +0.0004 +0.9997 |12 +4.2897E-03 +0.0002 +0.9999 |
13 +2.6555E-03 +0.0001 +1.0000 |14 +4.8438E-04 +0.0000 +1.0000 |
15 +0.0000E+00 +0.0000 +1.0000
```

File D:\Ade4\Dir_Try\Peches\A.iivp contains the eigenvalues and relative inertia for each axis

--- It has 15 rows and 2 columns

File D:\Ade4\Dir_Try\Peches\A.iico contains the column scores

--- It has 15 rows and 2 columns

File D:\Ade4\Dir_Try\Peches\A.iili contains the row scores

--- It has 16 rows and 2 columns

Co-inertia analysis between two statistical triplets

1 ---> D:\Ade4\Dir_Try\Peches\var.cnta (rows: 28, col: 15, axes: 4, inertia: 15)

2 ---> D:\Ade4\Dir_Try\Peches\juges.cnta (rows: 28, col: 16, axes: 2, inertia: 16)

Co-inertia: 25.354, RV coefficient: 0.49275

D:\Ade4\Dir_Try\Peches\A.iiw1 is a binary file with 15 rows and 2 columns

It contains the canonical weights of variables of table 1

D:\Ade4\Dir_Try\Peches\A.iiw2 is a binary file with 16 rows and 2 columns

It contains the canonical weights of variables of table 2

D:\Ade4\Dir_Try\Peches\A.iil1 is a binary file with 28 rows and 2 columns

It contains the coordinates of the rows (table 1)

D:\Ade4\Dir_Try\Peches\A.iil2 is a binary file with 28 rows and 2 columns

It contains the coordinates of the rows (table 2)

D:\Ade4\Dir_Try\Peches\A.iim1 is a binary file with 28 rows and 2 columns

It contains the normalized coordinates of the rows (table 1)

D:\Ade4\Dir_Try\Peches\A.iim2 is a binary file with 28 rows and 2 columns

It contains the normalized coordinates of the rows (table 2)

D:\Ade4\Dir_Try\Peches\A.ii1 is a binary file with 4 rows and 2 columns

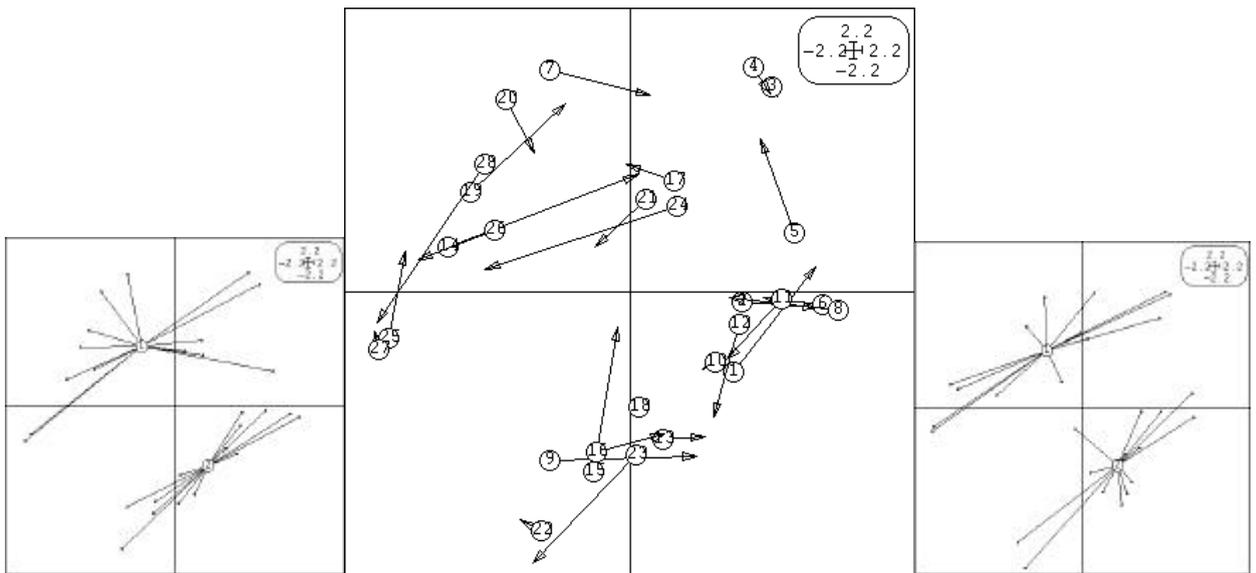
It contains the coordinates of the projections of inertia axes onto the co-inertia axes (table 1)

D:\Ade4\Dir_Try\Peches\A.ii2 is a binary file with 2 rows and 2 columns

It contains the coordinates of the projections of inertia axes onto the co-inertia axes (table 2)

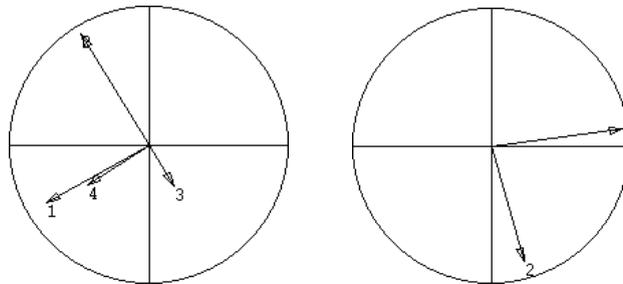
```
-----
|Num| Covaria.| Varian1 | varian2 | Correla.| INER1  | INER2  |
-----
| 1|      3.89|    3.476|    6.799|  0.8002|    4.392|    7.319|
-----
| 2|    2.388|    3.155|    2.405|  0.8671|    3.229|    2.612|
-----
```

1.10. Quelles sont les deux premières valeurs propres de l'ACP normée du tableau "juges" ?



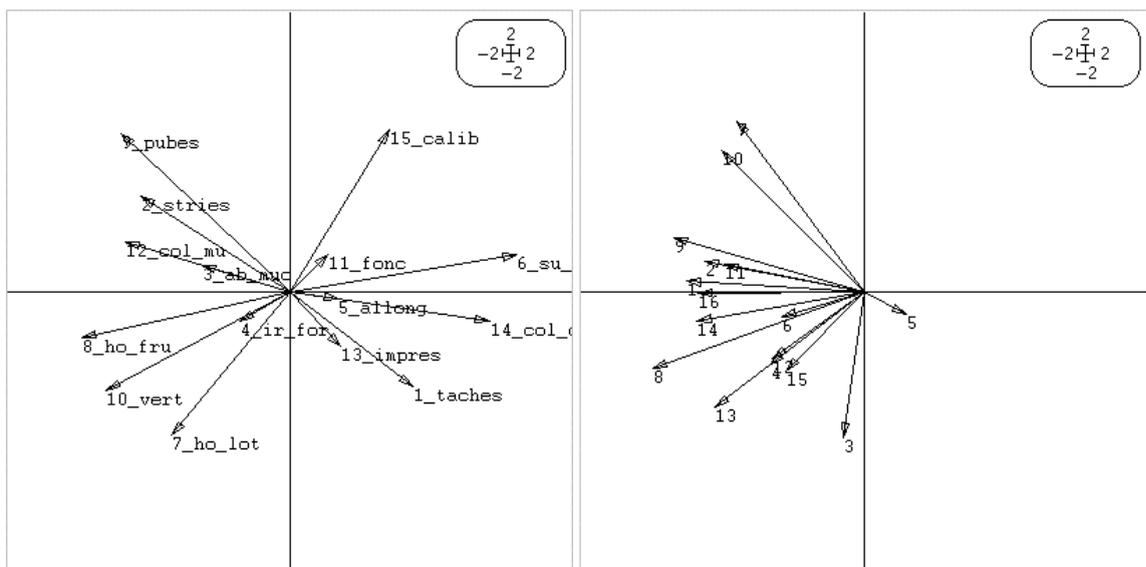
F4

1.11. Quels sont les fichiers qui permettent de construire la figure F4 ?



F5

1.12. Quelle information apporte la figure F5 ?



F6

1.13. Quels sont les fichiers qui permettent de construire la figure F6 ?

1.14. Quels sont les critères qui conduisent à un avis majoritairement favorable des juges ?

- 1.15. Quels sont les critères qui conduisent à un avis majoritairement défavorable des juges ?
- 1.16. Trouver un juge qui a une préférence absolue pour les nectarines et illustrer par un retour aux données.
- 1.17. Trouver un juge qui est d'un avis sensiblement opposé au précédent et illustrer par un retour aux données.
- 1.18. Commenter l'assertion "l'analyse canonique est strictement impossible sur ces données".

```
> C_t(scale(var))%*%scale(juges)/27
> eigen(C%*%t(C))$values
```

- 1.19. Sachant que la fonction `scale` de R utilise la variance en $(n - 1)$ et que la fonction `eigen(Z)$values` donne les valeurs propres de Z quel est le résultat attendu ?

```
[1] 1.513e+01 5.704e+00 2.728e+00 8.568e-01 5.648e-01 1.544e-01 9.483e-02
[8] 5.162e-02 3.031e-02 1.781e-02 1.001e-02 4.290e-03 2.655e-03 4.844e-04
[15] 1.171e-04
```

```
> eigen(C%*%t(C))$values
> eigen(t(C)%*%C)$values
```

- 1.20. Quelle est l'unique différence attendue entre les résultats de ces deux calculs ?

```
[1] 1.513e+01 5.704e+00 2.728e+00 8.568e-01 5.648e-01 1.544e-01
[7] 9.483e-02 5.162e-02 3.031e-02 1.781e-02 1.001e-02 4.290e-03
[13] 2.655e-03 4.844e-04 1.171e-04 -8.501e-17
```

Les données sont dans :

Kervella, J. (1991) Analyse de l'attrait d'un produit : exemple d'une comparaison de lots de pêches. In : *Agro-Industrie et méthodes statistiques. Compte-rendu des secondes journées européennes*. Nantes 13-14 juin 1991 . (Ed.) Association pour la Statistique et ses Utilisations, Paris. 313-325.

Les fondements de l'analyse de co-inertie sont dans :

Tucker, L.R. . (1958) An inter-battery method of factor analysis. *Psychometrika* : 23, 2, 111-136.

Freeware :

ADE4 2001 <http://pbil.univ-lyon1.fr/ADE-4/ADE-4F.html>

R-1.2.1 <http://www.ci.tuwien.ac.at/R/>

2. Réponses

- 2.1. Quel sont les numéros ...

Les meilleurs sont 1 et 2 (sommés des rangs faibles), les plus mauvais sont 27 et 28 (somme des rangs fortes).

2.2. Existe-t'il deux juges ...

Il n'y a pas de couples de juges ayant fait le même classement car il n'y a pas de 1 hors diagonale. Il n'y a pas de couples de juges ayant fait un classement opposé car il n'y a pas de valeurs -1 (-1000) dans la matrice de corrélation.

2.3. Existe-t'il des juges ...

On mesure la cohérence d'un juge avec tous les autres par la somme des corrélations de son rangement avec tous les autres. Deux juges sont manifestement peu liés aux autres. Le 5 (2.14) et le 6 (2.18). Les autres sommes varient de 5 à 9.

2.4. Commenter.

La majorité des jugements sont corrélés positivement. Les variables forment un cône dont l'axe est la première composante principale. Le facteur 1 exprime l'existence d'un compromis. Le facteur 2 prend en compte des différences d'opinion. Les deux flèches plus courtes désignent vraisemblablement les deux juges ayant une opinion originale (5 et 6).

2.5. Caractériser la variabilité entre lots de fruits.

La variabilité se décompose en deux parties. La première (environ 6/15) est associée à la présence de deux variétés de fruit et est du type inter-classes (plan 1-4). Les variables discriminantes sont les taches (caractéristiques des nectarines), les stries, le mucron et la pubescence (caractéristiques des pêches). La seconde est du type intra-classes, est pratiquement indépendante de la précédente et s'exprime par le plan 2-3 (environ 5.5/15). On distingue les critères de coloration (6-14) opposés aux critères d'homogénéité (l'hétérogénéité diminue à mesure que la coloration augmente) et indépendamment les critères de forme et de poids (non corrélés entre eux). L'analyse sépare remarquablement les deux types de variabilité alors que les juges vont en faire la synthèse.

2.6. Peut-on dire que le plan 1-2 représente plus de 50 % de l'inertie totale ?

L'inertie totale vaut 15 (le nombre de variables) et la somme $4.39+3.23$ dépasse 7.5 (la moitié). La réponse est oui.

2.7. Quelles sont les dimensions et les significations ...

A est la matrice 16x16 des corrélations entre les rangements. **B** est la matrice 15x15 des corrélations entre les variables mesurées. **C** est la matrice 16x15 des corrélations entre les deux groupes de variables.

2.8. Quelle est la matrice diagonalisée ...

L'analyse de co-inertie traite le tableau croisé et diagonalise la plus petite des deux matrices carrées CC' et $C'C$. Ici c'est la seconde qui est 15×15 .

2.9. Quelle est la chaîne ...

On indique ici le fichier A.iita.

2.10. Quelles sont les deux premières valeurs propres de l'ACP ...

Le tableau 2 est juges.cnta. Ses inerties projetées sur les axes principaux que ne peuvent dépasser les inerties projetées sur les axes de co-inertie sont 7.319 et 2.612.

2.11. Quels sont les fichiers...

La superposition des scores normés (expression de la corrélation) se fait avec les fichiers A.iim1 et A.iim2. On a utilisé l'indicatrice des classes pour tracer les étoiles (fichier .cat dont on ne donne pas le nom).

2.12. Quelle information apporte ...

Le plan de co-inertie du tableau "juges" est à peu près celui du plan d'inertie. Seul le signe du F2 a été changé. Il a fallu faire tourner le plan d'inertie du tableau "var" (de 30° environ) après une symétrie pour obtenir le plan de co-inertie. Les deux analyses simples sont donc directement appariées moyennant une rotation. Le plan de co-inertie du tableau "var" est cependant incliné pour prendre en compte un peu d'information supplémentaire.

2.13. Quels sont les fichiers qui permettent ...

Les variables sont représentées par A.iico et A.iili car l'alternative (w_1 et w_2) utilisent des coordonnées normées (somme de carrés = 1) ce qui n'est pas le cas.

2.14. Quels sont les critères ...

Sont corrélées positivement au compromis entre juges les variables opposées au faisceau des juges, donc d'abord la coloration rouge intense puis les taches liègeuses (qui exprime pour partie la préférence pour les nectarines) et le calibre. Cette inversion vient du fait que les rangs augmentent quand la préférence diminue.

2.15. Quels sont les critères ...

Sont corrélées négativement au compromis entre juges les variables du côté du faisceau des juges, donc deux types de variables. Le premier regroupe celles qui caractérisent les pêches identifiées dans l'analyse simple (pubescence, stries, mucron) et en bas le second porte sur l'homogénéité et le vert qui sont liés. On voit clairement ce bilan sur la figure F4 où les pêches sont en haut à gauche et les nectarines en bas à droite. Les juges ont utilisé des critères inter et intra classes simultanément.

2.16. Trouver un juge qui a une préférence absolue pour les nectarines...

Ce doit être le 7, le plus opposé au côté nectarine. Il a mis ses 14 premiers choix sur les 14 lots de nectarines.

```
> juges[,7][cla==1]
[1] 18 17 16 23 15 20 28 19 21 22 24 27 25 26
> juges[,7][cla==2]
[1] 5 8 11 2 6 14 13 7 4 1 9 12 3 10
```

2.17. Trouver un juge qui est d'un avis ...

Ce doit être celui qui est de l'autre côté, donc le 3. Il a mis ses 7 premiers choix sur des lots de pêches.

```
> juges[,3][cla==1]
[1] 5 3 4 1 7 10 2 6 17 23 11 18 27 22
> juges[,3][cla==2]
[1] 8 9 16 12 14 24 20 25 19 13 21 15 26 28
```

2.18. Commenter l'assertion "l'analyse canonique ...

Les sous-espaces engendrés par les deux paquets de variables sont de dimensions 15 et 16 dans \mathbb{R}^{28} . Ils ont une intersection non nulle et l'analyse canonique est impossible. On pourrait s'en servir cependant en gardant les 2 premières composantes principales de "juges" et les quatre premières de "var".

2.19. Sachant que la fonction scale de R ...

On diagonalise exactement $C'C$ en divisant par $(n - 1)$ pour retrouver les corrélations. Le résultat attendu est celui des valeurs propres de l'analyse de co-inertie (comparer avec le listing d'ADE-4) :

```
C_t(scale(var))%*%scale(juges)/27

eigen(C%*%t(C))$values
[1] 1.513e+01 5.704e+00 2.728e+00 8.568e-01 5.648e-01 1.544e-01 9.483e-02
[8] 5.162e-02 3.031e-02 1.781e-02 1.001e-02 4.290e-03 2.655e-03 4.844e-04
[15] 1.171e-04
```

2.20. Quelle est l'unique différence ...

CC' et $C'C$ ont les mêmes valeurs propres non nulles. La plus grande des deux doit donc avoir une valeur propre nulle en plus.

```
eigen(t(C)%*%C)$values
[1] 1.513e+01 5.704e+00 2.728e+00 8.568e-01 5.648e-01 1.544e-01
[7] 9.483e-02 5.162e-02 3.031e-02 1.781e-02 1.001e-02 4.290e-03
[13] 2.655e-03 4.844e-04 1.171e-04 -8.501e-17
```